Support de cours

Cours:

PHYS-101(f) - PG I - mécanique - MA (Sylvain Bréchet)

Vidéo:

A6 - Contraintes, puissance, travail et énergie cinétique

Concepts (extraits des sous-titres générés automatiquement) :

Angle phi. Forces extérieures. Dessous du point de vascul. Vitesse radiale. Angle theta. Point point égal. Force de réaction normale. Problème du décrochement d'une bille. Vecteur unitaire radial. Coordonnée radiale horizontale. Mouvement perpétuel. Termes du même côté. Phi chapeau. Point carré. Dessous du point de bascul.

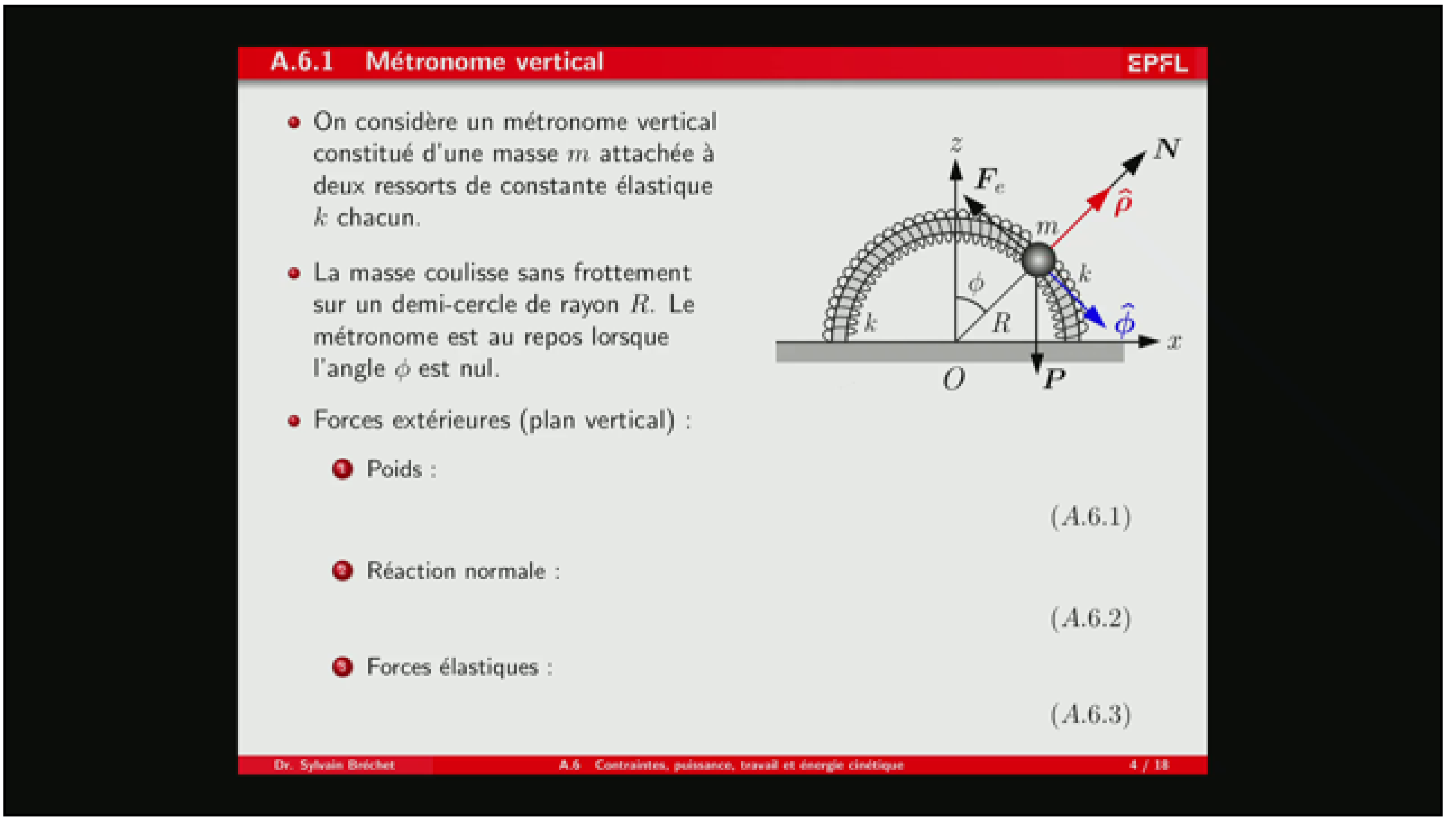
vers la recherche de séquences vidéo
(dans PHYS-101(f) - PG I - mécanique - MA (Sylvain Bréchet).)

vers la vidéo

...

notes

résumé

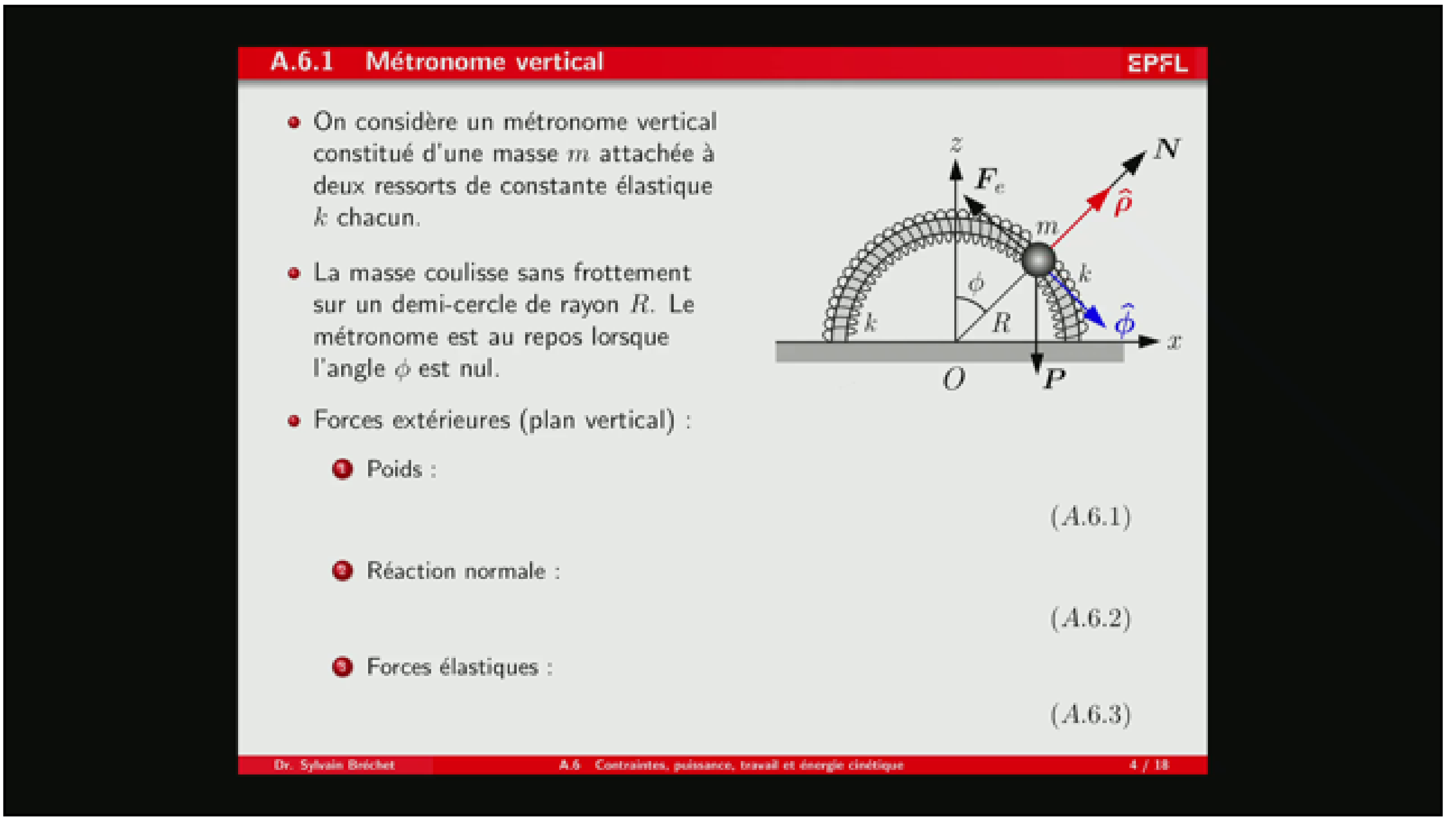


Ces sous-titres ont été générés automatiquement C'est un peu mon expérience. C'est joli, il y a le poivre, c'est sympa. Avoir la bougie, j'ai rajeuni un petit peu. Voilà, bon. Ceci, Treves de plaisanterie. Au deuxième semestre, vous verrez fonctionner cette bovine de Tesla. Il y aura une cage de Faraday et vous verrez les éclairs partir de la bovine pour aboutir sur la cage. Vous pourrez même, si votre enseignant est collaboratif dans ce domaine, venir vous-même dans la cage, toucher les éclairs avec la main à l'intérieur de la cage, vous ne risquez absolument rien. C'est une expérience fascinante. Mais attention, il ne faut pas que les phalanges ne passent, sinon, la squeeille vous réveille, ça met à arriver une fois, et une seule fois, ça ne m'arrivera plus jamais. Voilà. Alors, ce matin, il y a une... Merci beaucoup. Ce matin, il y a une expérience que je n'ai pas eu le temps de vous expliquer. Quel est l'une des plus belles qui a fasciné certains d'entre vous, l'expérience dite de l'oiseau-beaver. D'accord ? Alors, vous avez un oiseau qui a soif à la fin du cours, qui se rend assate. D'accord ? Il a un verre d'eau, ou alors peut-être qu'il y a autre chose, il n'y a pas de l'eau, on ne sait jamais. D'accord ? Et donc, le l'oiseau veut boire un coup, et vous voyez que sa tête penche de plus en plus. En fait, ce qui va se passer, c'est qu'en bout d'un moment, le bec de l'oiseau va pencher suffisamment pour qu'il rentre en contact avec l'eau, et si vous regardez ici le potentiel maître qui paraît fait Sibèque traduit une différence de température en tension, vous allez voir que le bec de l'oiseau va se réchauffer au contact avec l'eau. Attention, voilà. Lorsqu'il se réchauffe, vous avez l'air présent dans la tête de l'oiseau qui se dilate, le liquide redescend,

notes

résumé

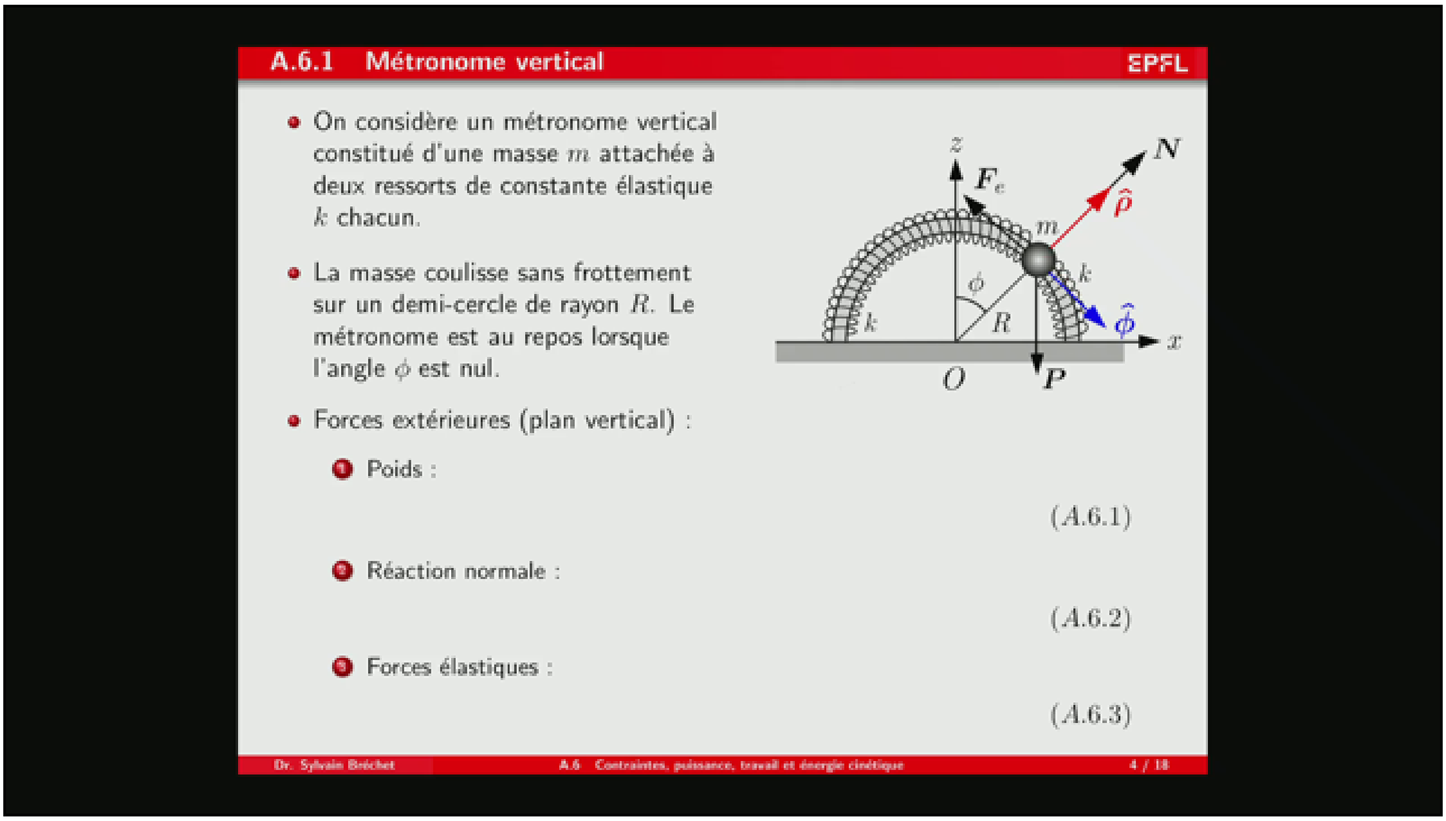
0m 1s



le sang de gravité passe en dessous du point de vascul, et l'oiseau se redresse. Lorsqu'il se redresse, l'eau présente sur le feutre, sur le bec de l'oiseau s'évapore pour s'évaporer, et elle a besoin de ponctionner de l'énergie sous forme de chaleur dans l'environnement. D'accord ? Et donc, ce qui va se passer, c'est que l'oiseau, le bec de l'oiseau va se refroidir, d'accord ? En se refroidissant, l'air qui est prisonnier dans le vocal se compresse, d'accord ? Vous avez une dépression qui se forme, ça attire le liquide qui remonte, et lorsque le sang de gravité, comme maintenant, est en dessous du point de bascul, l'oiseau repique du nez. Vous avez donc l'impression d'avoir un mouvement perpétuel, mais il n'en est rien, puisque tout fonctionne grâce à un mécanisme clé, l'évopération de l'eau présente sur le bec. Et donc, si maintenant je place cet oiseau sous cage, le malheureux va finir sa vie tristement, il va s'immobiliser, puisque l'air présent dans la cage va se remplir d'humidité progressivement, et lorsque l'humidité atteindra 100%, l'eau ne pourra plus s'évaporer sur le bec de l'oiseau, et le mécanisme va finir par s'arrêter. Donc, si vous attendez quelques minutes, vous verrez que l'oiseau meurt. Il est thermodynamiquement mort, il n'y a plus rien d'intéressant qui se passe, d'accord ? Voilà, ceci étant dit, passons maintenant aux applications de ce sixième chapitre de cours. On va d'abord discuter du métronome vertical. On reviendra sous le problème du décrochement d'une bille dans un looping, et on discutera aussi du pendule conique. D'accord ? Le métronome vertical que vous allez voir maintenant, vous allez le revoir en série d'exercices, sauf qu'en série d'exercices, vous allez faire tourner le plan horizontal sur lequel est fixé le métronome. D'accord ? Ça va être un peu plus compliqué, mais l'idée fondamentale est la même. Ce problème avait d'ailleurs été donné en examen il y a de

notes

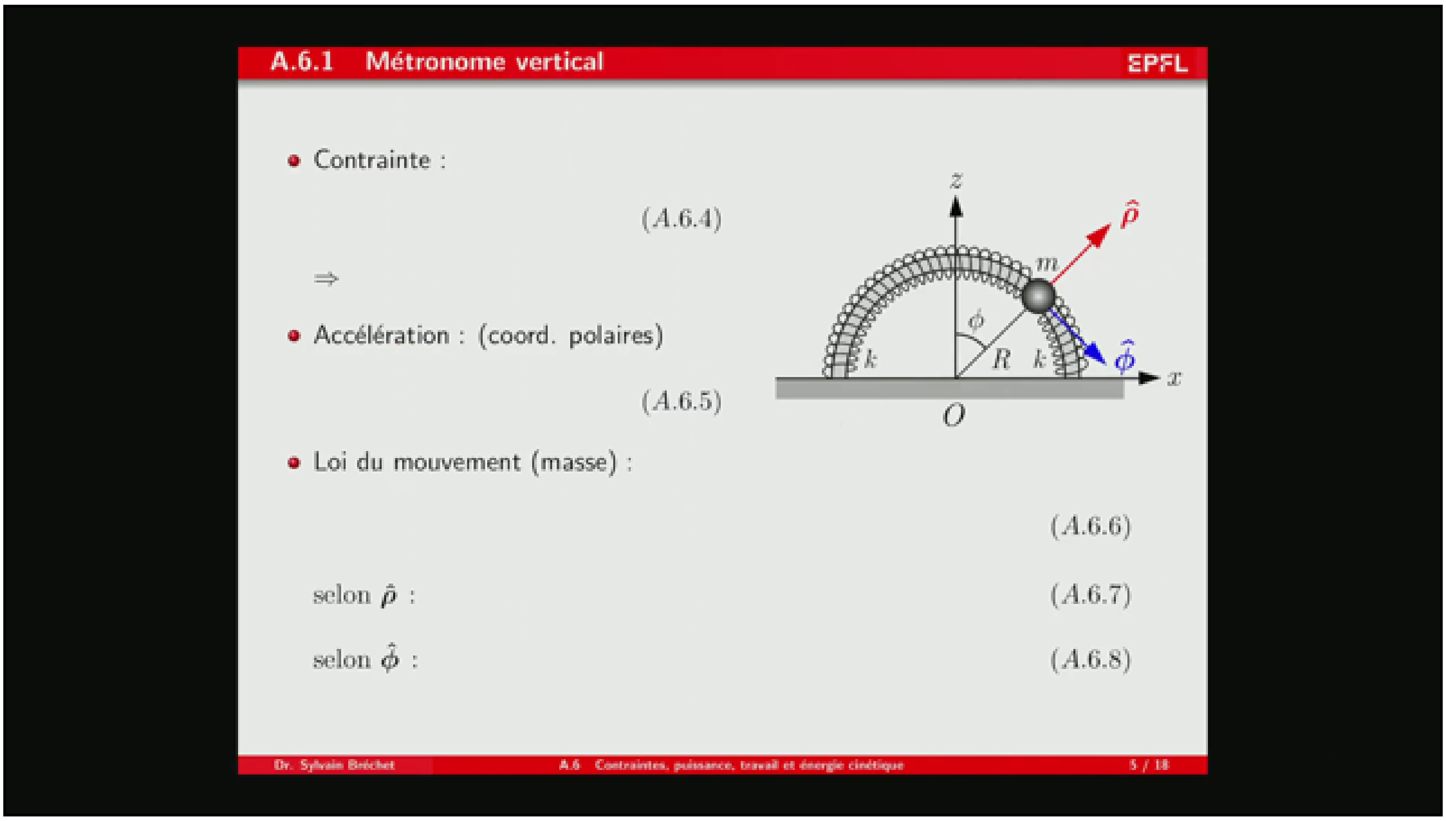
résumé



ça, je crois, 2 ans. La version où le... disons le support du métronome tourne. Donc vous avez ici un arc de cercle, vous avez un point matériel qui peut coulisser sur cet arc de cercle sans frottement. D'accord ? Et puis ce point matériel, il est fixé à deux ressorts. Ces ressorts ont une constante élastique. Identiques, ce sont les mêmes ressorts. Et on suppose que lorsque le point matériel se trouve au sommet, on est en position de repos. D'accord ? Donc on va prendre un angle phi, défini positif par exemple vers la droite, comme ceci. On a un rayon R. On introduit un vecteur unitaire radial au chapeau, un autre phi chapeau comme ceci qui est engeantiel. D'accord ?

notes

résumé

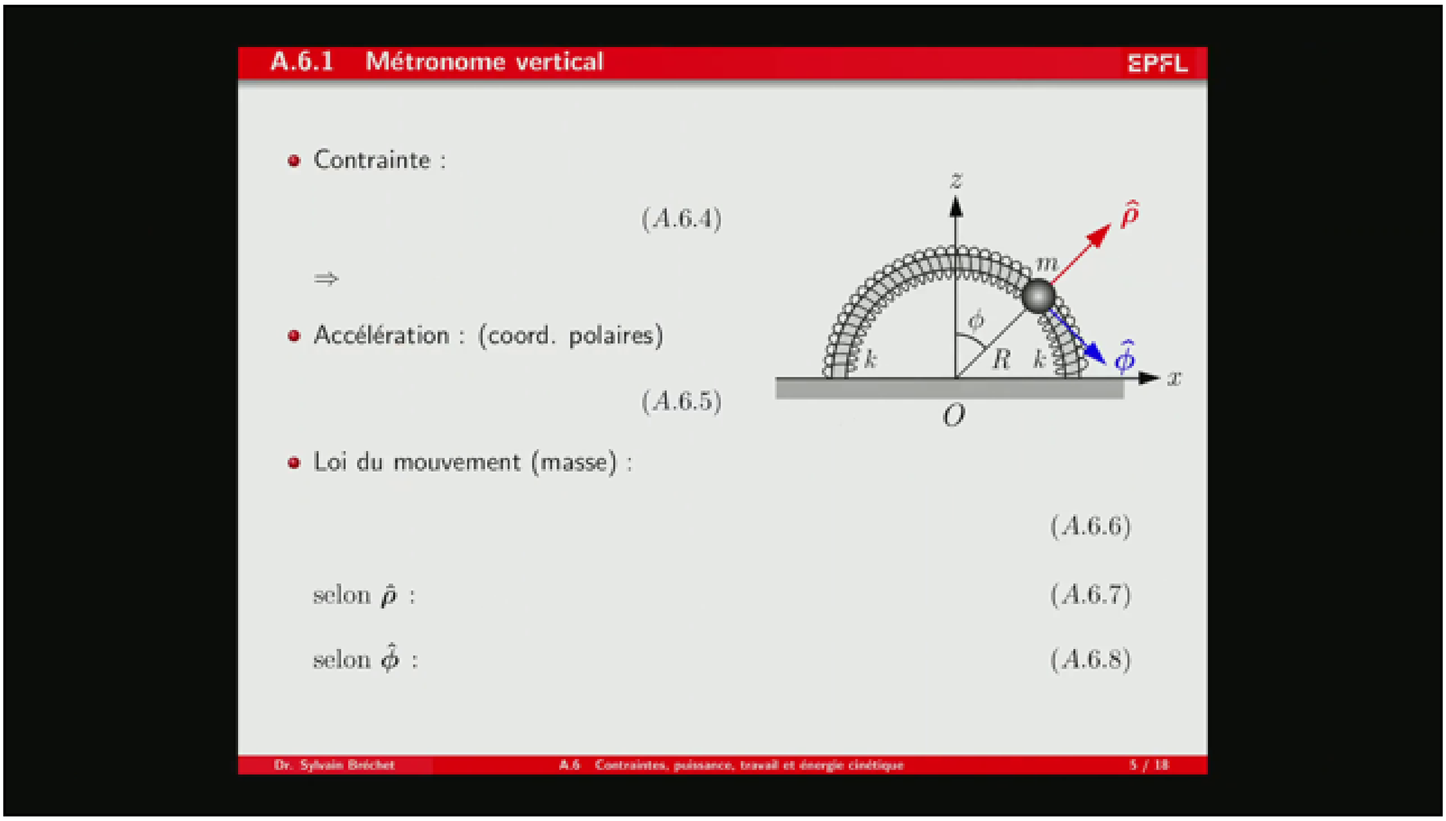


On prend un repère polaire pour décrire la dynamique. Alors qu'est-ce qu'on sait ? Il y a trois forces extérieures qui s'exercent sur le point matériel, sans poids qui est orienté vers le bas. La force de réaction normale qui est normale ici à la trajectoire de l'objet. Pourquoi ? Parce qu'elle assure le fait que le mouvement est lieu sur cet arc de cercle. D'accord ? Donc voilà la force de réaction normale. Et il y a également une force élastique. Une force élastique qui sera tangente à la trajectoire. Cette force sera orientée comme ceci à droite. D'accord ? Alors, projeterons nos forces dans ce repère polaire. Commençons par le poids. Le poids, c'est MG. D'accord ? Donc c'est MG qui multiplie. Moins le cosineus de phi. Foire au chapeau, hein. On prend l'angle phi qui est ici. C'est une angle interne. On retrouve le même angle là. Lorsqu'on projette sur le cathète adjacent, on a le cosineus. Comme on veut le signe opposé, c'est moins le cosineus. Et évidemment, si on projette sur le cathète opposé, on va se retrouver avec le sineus de l'angle phi. On aura donc plus de signe de phi, foie phi chapeau. Voilà pour le poids. La force de réaction normale, c'est beaucoup plus simple. Elle est tout simplement orientée sur le chapeau. 7N foire au chapeau. Alors dans la pratique, on n'a même pas besoin de se préoccuper de savoir si elle est orientée vers l'intérieur ou l'extérieur. Pour l'instant, il suffit d'avoir une composante. Si la composante est orientée dans le sens opposé au celui qu'on avait pensé, le signe sera négatif. D'accord ? C'est tout. En revanche, ce qui est intéressant ici, c'est évidemment là où les forces élastiques. Alors occupons-nous d'abord, disons, du ressort de gauche, celui-ci. Il y a une elongation de ce ressort. On est à l'équilibre lorsque le point matériel est là. L'élongation, c'est quoi

notes

résumé

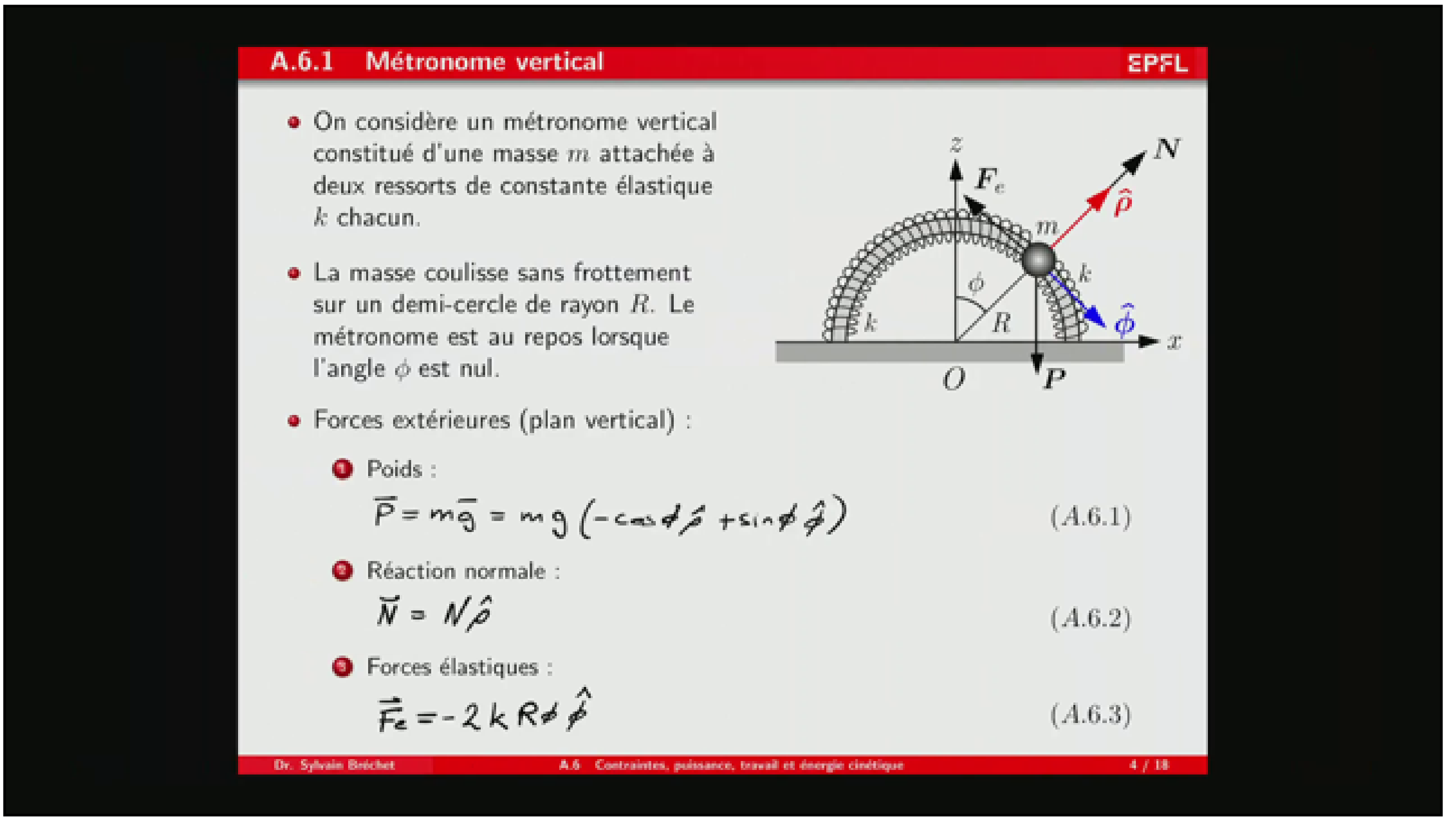
5m 49s



? C'est l'arc de cercle qui va du sommet jusqu'au point matériel. D'accord ? Cette distance, c'est le rayon multiplié par langue. Donc écrivons l'élongation, cette R fois F, ensuite il y a la constante élastique du ressort, K. Et puis maintenant, il faut se poser la question de savoir comment est orientée la force. Et bien, le permanent, pour le ressort de gauche, on a une elongation. La force élastique veut ramener le ressort vers la position d'équilibre. Elle est tangente à la trajectoire. Elle sera donc orientée selon moins, je laisse volontairement l'espace, selon moins fichapo. Ok ? Là, on s'est préoccupé d'une seule force élastique. Cette force élastique, c'est la première. Prenons maintenant la deuxième. Pour la deuxième force élastique, d'accord ? Pour le deuxième ressort qui est là, on a une compression. L'intensité de la compression, de la déformation, est égale à l'élongation. Donc, on va avoir une déformation qui est la même, qui est un R-fi, qui est multiplie par K. D'accord ? Et alors, s'il y a une compression, le ressort de droite veut ramener le premier matériel de la position d'équilibre. Et donc, on va se retrouver avec une force élastique qui est égale à la première. Les deux ressorts contribuent de la même manière à la force élastique, ce qui fait intervenir, évidemment, un facteur 2. Le voici. Ok ? Bon. Ça, c'est le genre de choses qu'il faudra savoir faire. Faire ce type de modélisation. D'accord ? Ça, c'est là qui est la physique. Plutôt, c'est simplement des maths. Là, on a fait de la physique.

notes

résumé

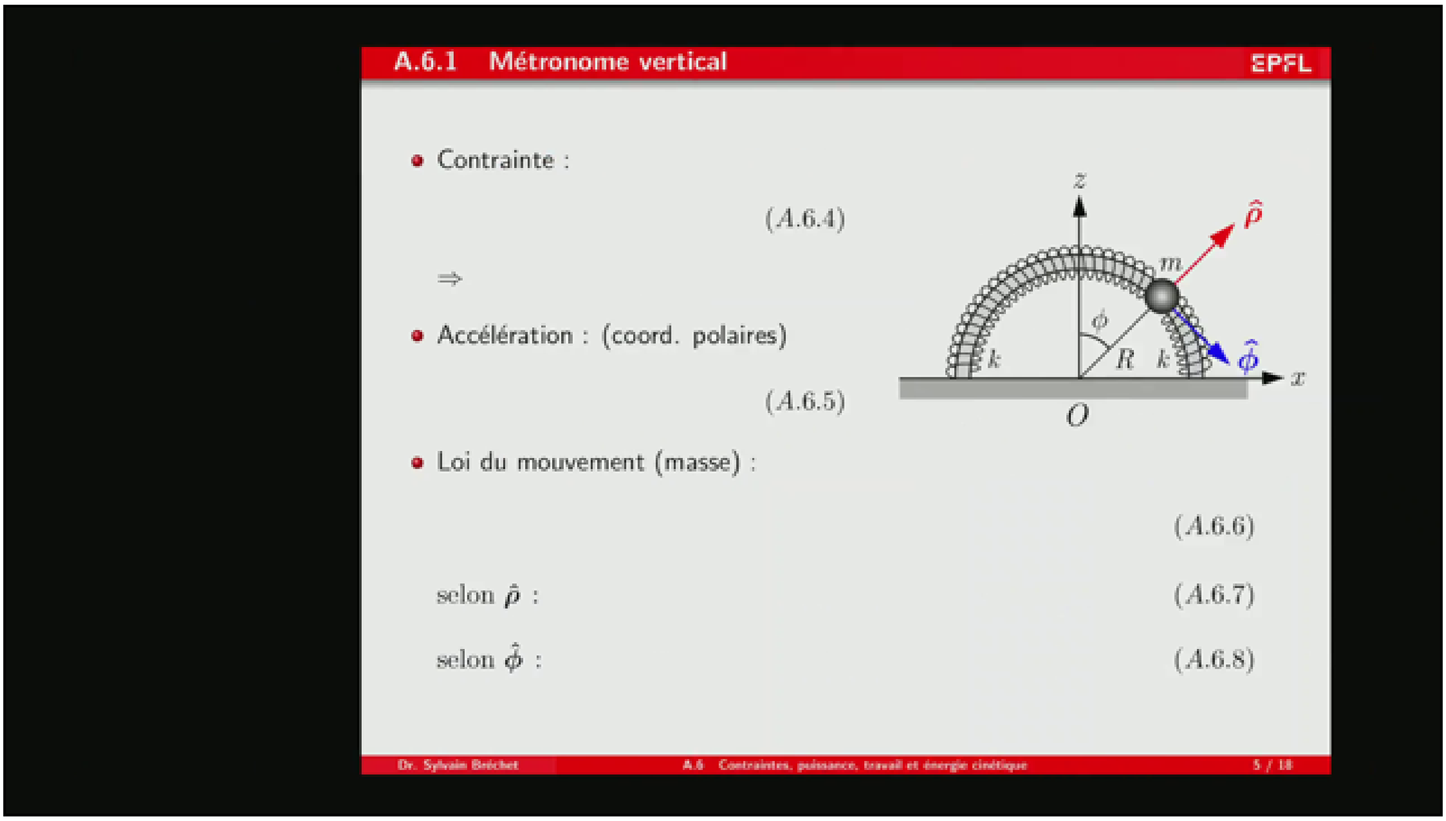


Bon, il ne tombera pas plus bas. Allez, attendez. Je vais vous aider. Voilà. Voilà. Merci. Voilà. Alors, il faut maintenant déterminer... Oui ?

notes

résumé

9m 22s

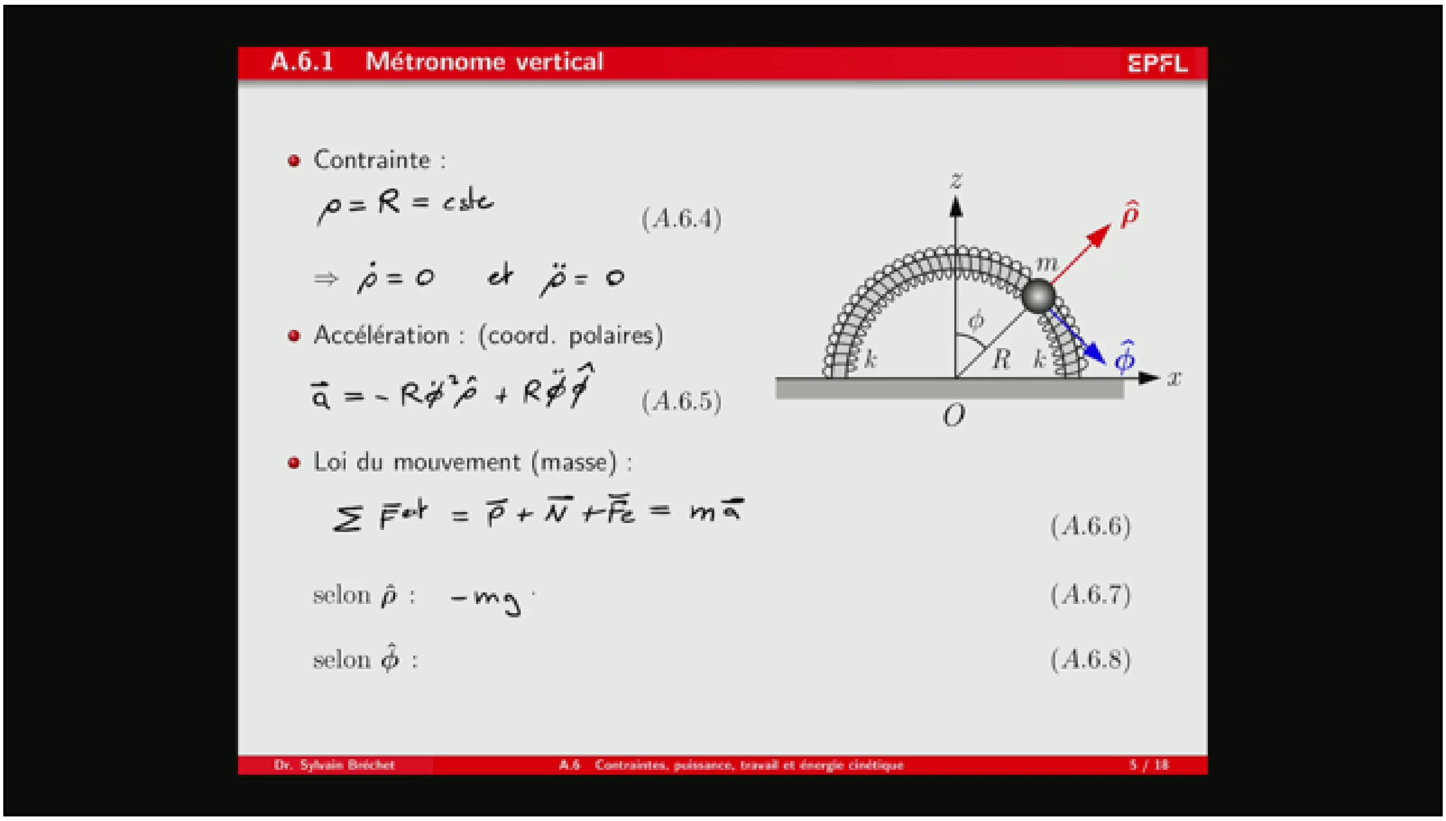


Pourquoi c'est moins quoi ? Alors, le 2 vient du fait que la déformation des deux ressorts en norme est la même. L'élangation du 1er, c'est la compression du 2e. Les deux ressorts ont la même constante élastique. Les deux veulent ramener le point matériel vers la position d'équilibre. Ils vont donc contribuer avec la même force, d'où le facteur 2 qui apparaît. D'accord ? Les forces auront la même intensité.

notes

résumé

9m 52s

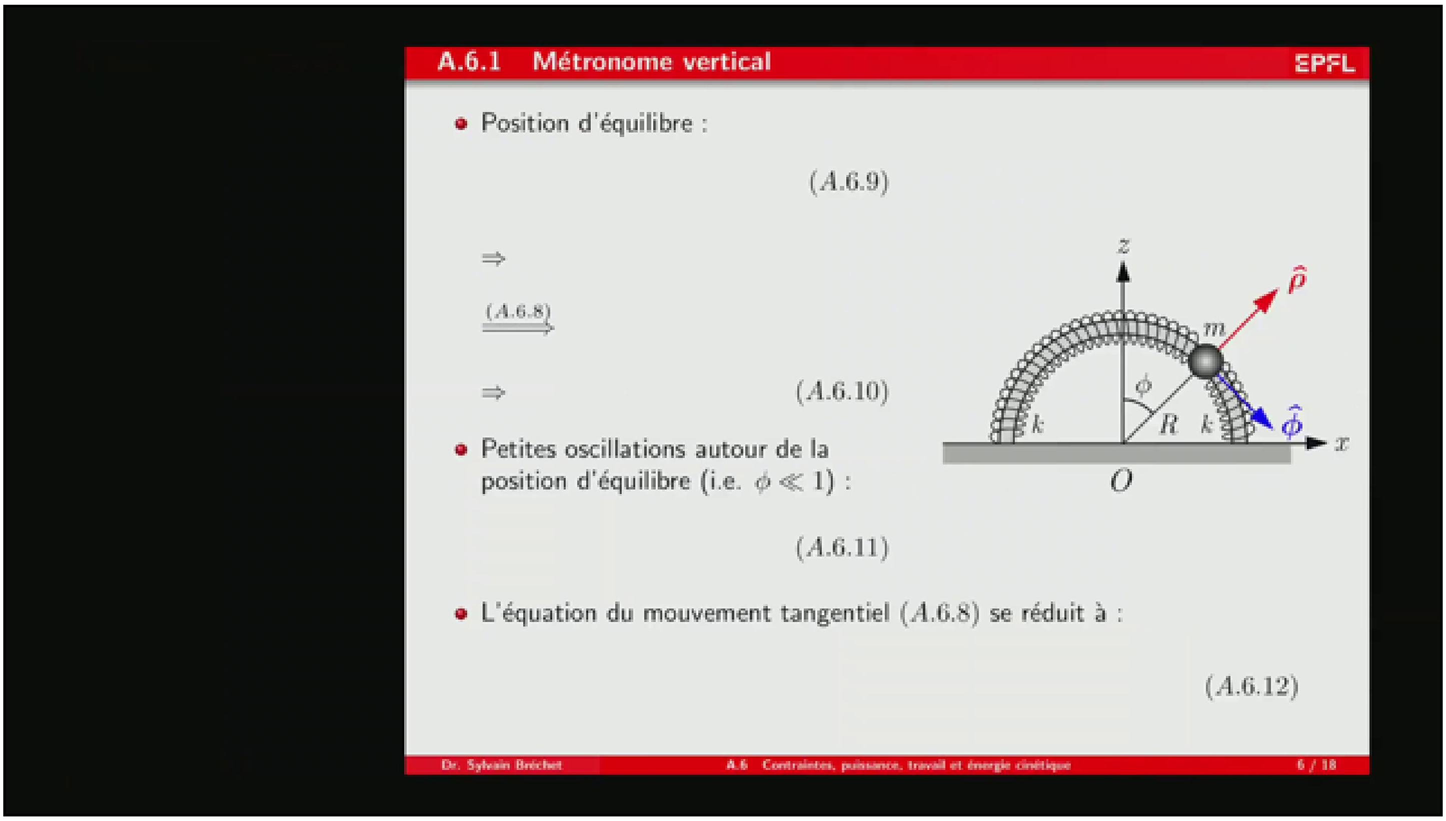


La contrainte qu'on a ici, c'est que la coordonnée radiale horizontale, enfin, radiale en corné polaire, c'est ça que je voulais dire. C'est vertical, en fait. Cette coordonnée radiale correspond au rayon de notre cercle, ou de notre demi-cercle, qui est une constante. Donc, maintenant, on peut dériver ceci par rapport au temps. Une première fois, on a au point qui est égal à 0, et on le fait une seconde fois pour trouver au point-point, qui est nul également. Donc, il n'y a pas de vitesse radiale, il n'y a pas non plus d'accélération radiale. On est dans la même situation que pour le pendulce matin. Donc, on va se retrouver avec 2 composantes non nulles de l'accélération. L'accélération sans pipette, moins R, phi, point carré, fois au chapeau, et également l'accélération tangentiale, qui est R, phi, point, fois phi, chapeau. D'accord ? On écrit la loi vectorielle du mouvement, la somme des forces extérieures, soit le point, plus la force de réaction normale, plus la force élastique. La somme de ces 3 forces, donc, elle produit de la masse fois l'accélération. Et on projette. Alors, projettons d'abord le poids. Le long de la ligne de coordonnée radiale, pour le poids, on a moins Mg cosinus phi.

notes

résumé

10m 17s

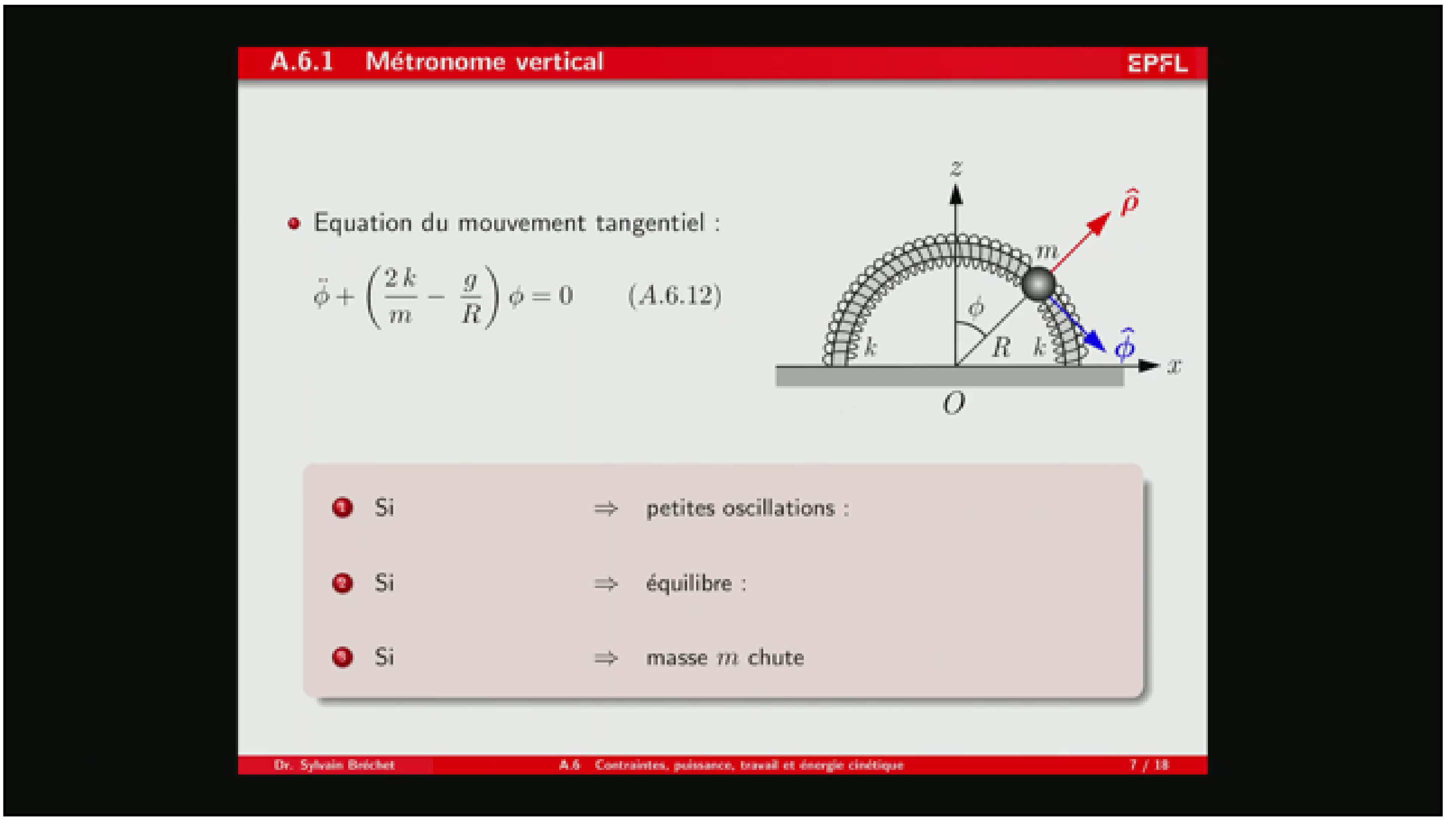


Pour la force de réaction normale, on a plus saine. Et puis pour la force élastique, il n'y a aucune contribution, puisqu'elle est tangente au mouvement. Dans le membre de droite, on a moins la masse fois l'accélération, sans pipette, c'est-à-dire moins Mr phi, point, carré. Ensuite, son ligne de coordonnée azimutale, pour le poids, on a Mg sinus phi. Il n'y a aucune contribution de la force de réaction normale. Et pour la force élastique, c'est moins de kzr fois phi. Et ceci est égal au produit de la masse fois l'accélération. Tant gentiel soit r phi, point, point. D'accord ? Alors, ce qui nous intéresse ici, évidemment,

notes

résumé

11m 37s

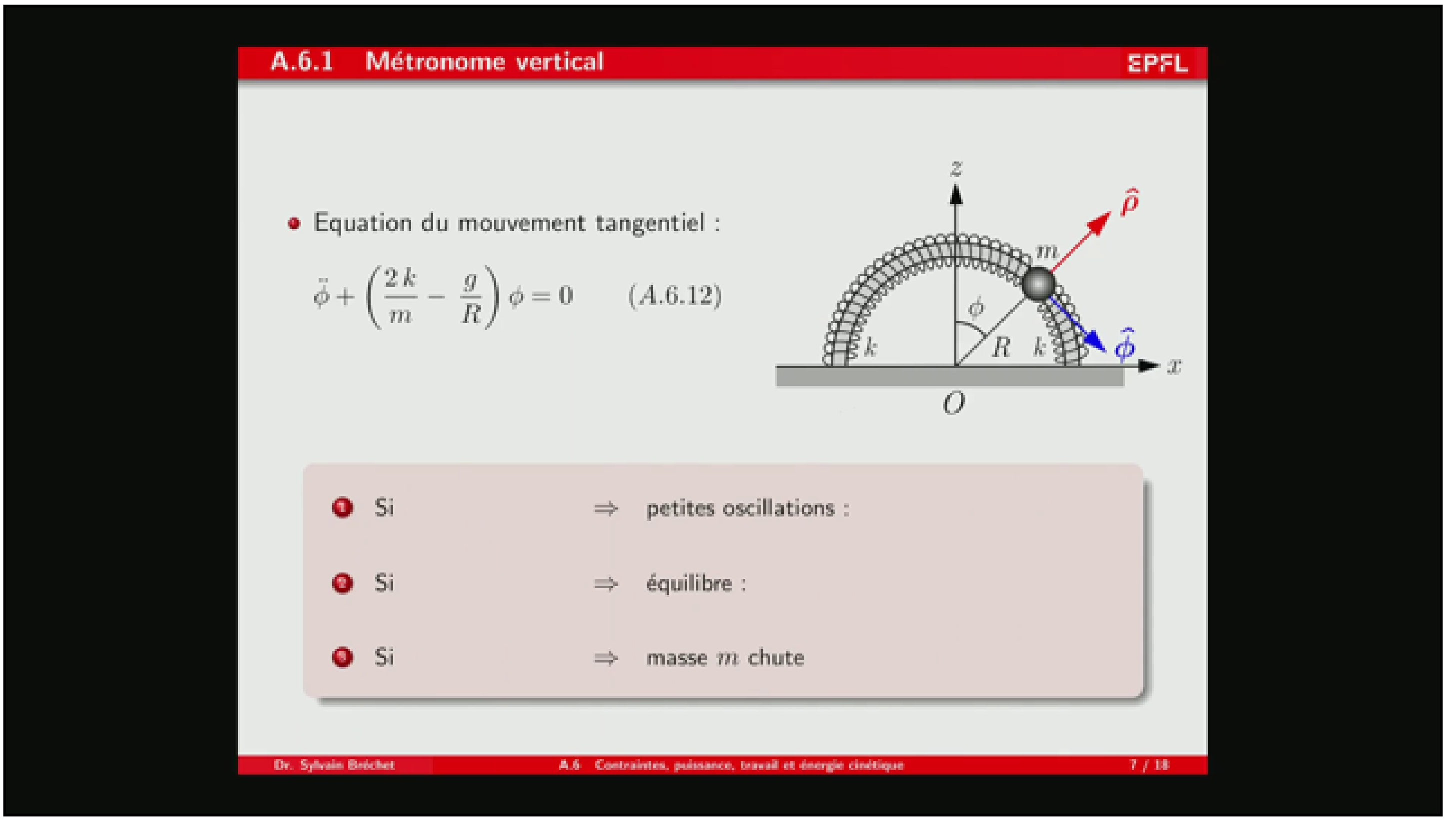


c'est la position d'équilibre. Qui dit position d'équilibre. Dis que l'angle phi, à l'équilibre, on va l'appeler phi zéro, c'est une définition d'où les trois lignes horizontales. D'accord ? C'est une constante. Bon. Donc, si on dérive une première fois par rapport au temps, on voit que phi zéro point est nul. Il n'y a pas de vitesse... de vitesse tangentiale, il n'y a pas de vitesse angulaire, il n'y a pas non plus d'accélération angulaire, phi zéro point point est nul également. D'accord ? Donc, si on reprend l'équation qui nous donne le mouvement, qui est selon la ligne de coordonnée azimutale, la première nous donne simplement la force de réaction normale, c'est la deuxième qui compte. Donc, pour phi point point, à l'équilibre phi zéro point point égal à zéro dans le nombre de droites, on voit dans le nombre de gauche que mg sinus phi zéro moins 2KR phi zéro est égal à zéro. D'accord ? Alors, pour que cette équation soit satisfaite, il y a une solution très simple, qu'on voit tout de suite. On peut annuler l'angle et en alliôrale sinus en même temps. D'accord ? Donc, la solution, c'est que l'angle d'équilibre phi zéro soit égal à zéro. Et donc là, comme pour le pendule, on va regarder ce qui se passe au voisinage de cette solution d'équilibre. Au voisinage de cette solution d'équilibre, si l'angle phi est suffisamment petit, on peut faire un développement limité et remplacer le sinus de phi par l'angle phi. D'accord ? Et donc si on fait ça, puis qu'on repart de notre équation du mouvement, l'équation générale, l'équation A6-8, on peut la diviser par la masse et par le rayon. On met tous les termes du même côté et on trouve le résultat suivant. phi point point plus 2K sur M moins G sur R qui multiplie phi et est égal à zéro. La question que je vous

notes

résumé

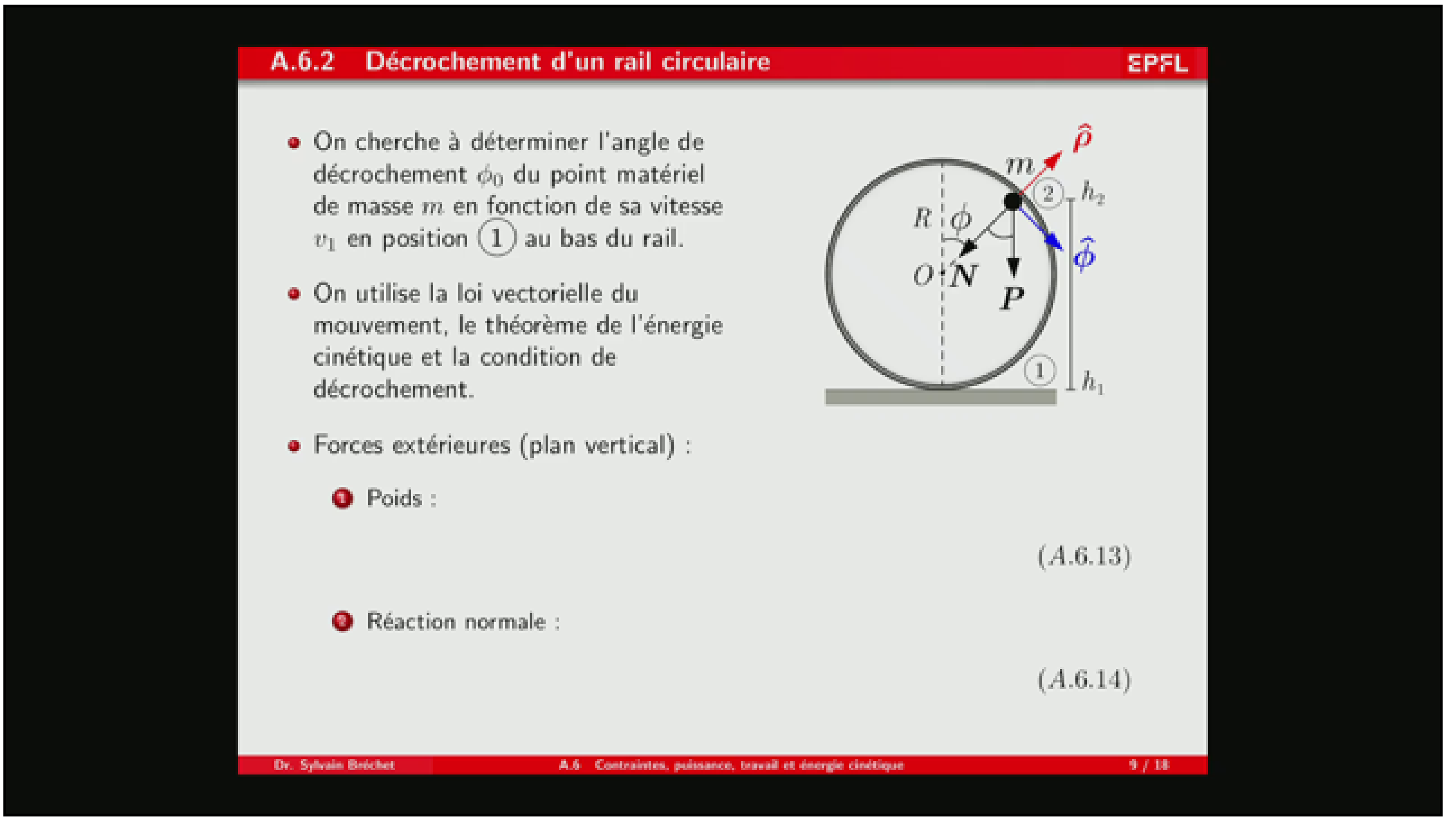
12m 20s



pose, arrivé à ce niveau-là, est-ce qu'on a un mouvement harmonique oscillatoire ? Qui pense que oui ? Levez la main. Qui pense que non ? Levez la main. Qui pense que peut-être oui, peut-être non ? Levez la main. Et bien c'est le troisième groupe qui a raison. Ça dépend de considération qui entrait à la valeur respective des forces qui interviennent. Pourquoi ? Et bien pour avoir un mouvement harmonique oscillatoire, ceci doit être une pulsation au carré. On l'a vu réelle. D'accord ? Pour que ça soit un carré, il faut déjà que ça soit positif. Pour que ça soit positif, il faut que ce terme-là l'emporte sur celui-ci. Concrètement, ça veut dire quoi ? Ça veut dire que si le poids matériel est soumis à des forces élastiques qui sont plus intenses que le poids, le poids n'arrivera pas à faire tomber le poids matériel qui va donc osciller autour de la position d'équilibre. En revanche, si le poids est trop important, il l'emporte sur les forces élastiques et hop, il y a une chute qui se fait. D'accord ? Dans le premier cas, on a un mouvement harmonique oscillatoire. Dans le deuxième, on a simplement un mouvement de chute. Donc, il y a une discussion

notes

résumé

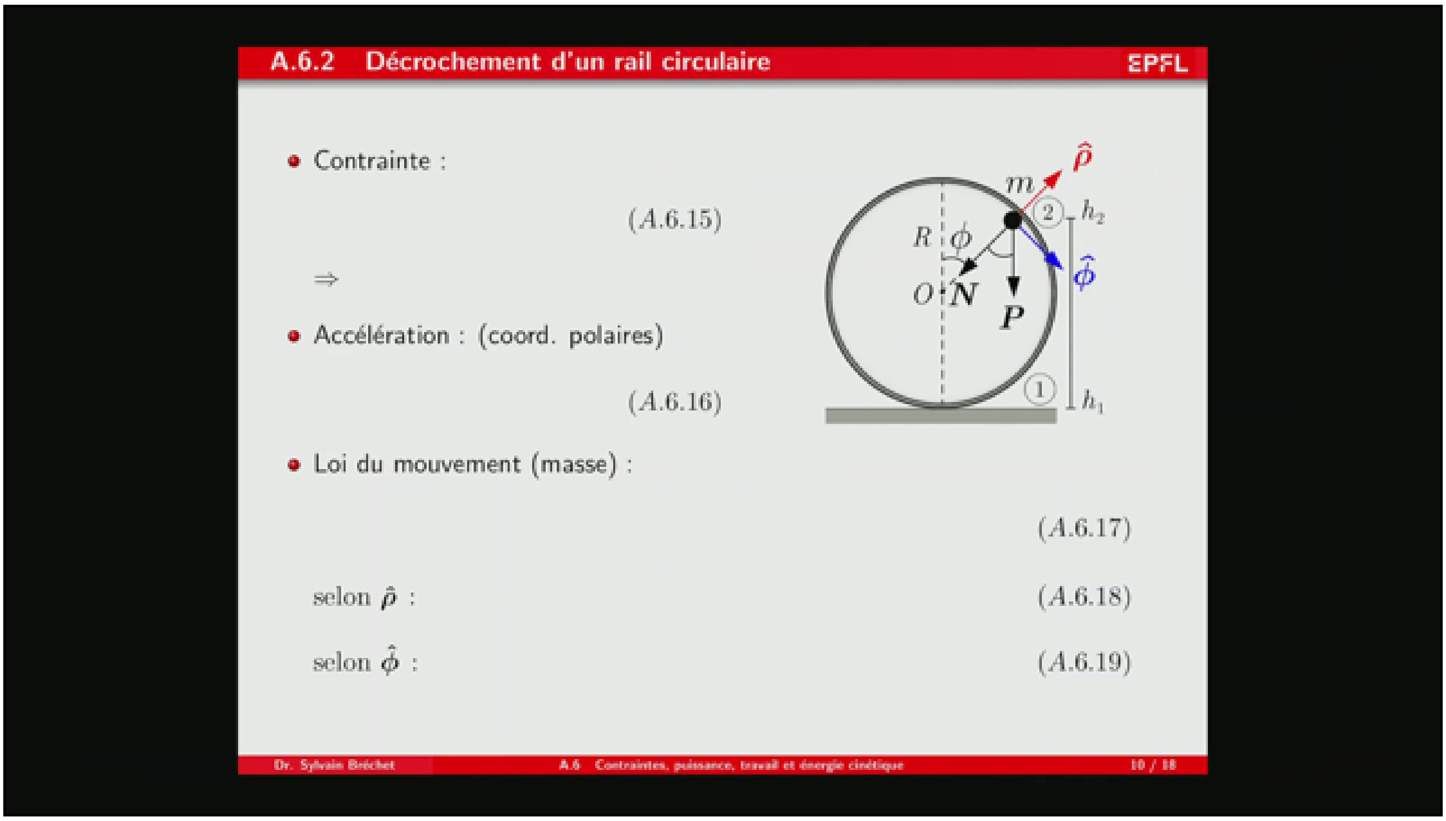


de cas qui se fait maintenant. Si la force élastique résultante l'emporte sur le poids, c'est-à-dire si concrètement 2KR est plus grand que MG, alors, on a des petites oscillations dans la pulsation au carré, omega carré, sera égal, à 2K sur M, moins G sur R, qui compte tenu de l'hypothèse qu'on vient de faire et clairement positif. D'accord ? Dans le cas contraire, si c'est le poids qu'il emporte sur la force élastique, ce terme-là devient négatif. D'accord ? Au lieu d'avoir une solution oscillatoire en exponentielle de parties imaginaires de la variable de position de la psystique curviline, d'accord ? On va se retrouver avec une solution exponentielle réelle, et on a notre poids matériel qui est un mouvement de chute libre. D'accord ? C'est un mouvement très, très particulier. C'est le cas où 2KR est exactement égal à MG. Dans ce cas-là, Phi. C'est Phi0. Egal 0. Alors pourquoi on a de la peine à l'imaginer cette solution ? On a de la peine à l'imaginer parce qu'on la voit pas dans la pratique. Elle est instable. C'est une solution d'équilibre instable. D'accord ? On ne va pas la voir. C'est pour ça qu'on n'en a pas l'intuition. Et souvent, lorsque vous avez des problèmes de mécanique à résoudre, que vous trouvez des solutions qui sont contre-intuitives, il est possible que ces solutions d'équilibre correspondent justement à quelque chose de pas stable, que vous ne voyez pas dans la pratique, et c'est la raison pour laquelle, quand ça apparaît dans la description mathématique, c'est instable. On peut ensuite démontrer l'instabilité, on verra à la rentrée comment on peut faire ceci pratiquement. D'accord ? Alors ça, c'est pour le premier problème. Passons au deuxième. Vous vous rappelez ce matin, je vous ai montré le rail. D'accord ?

notes

résumé

15m 37s

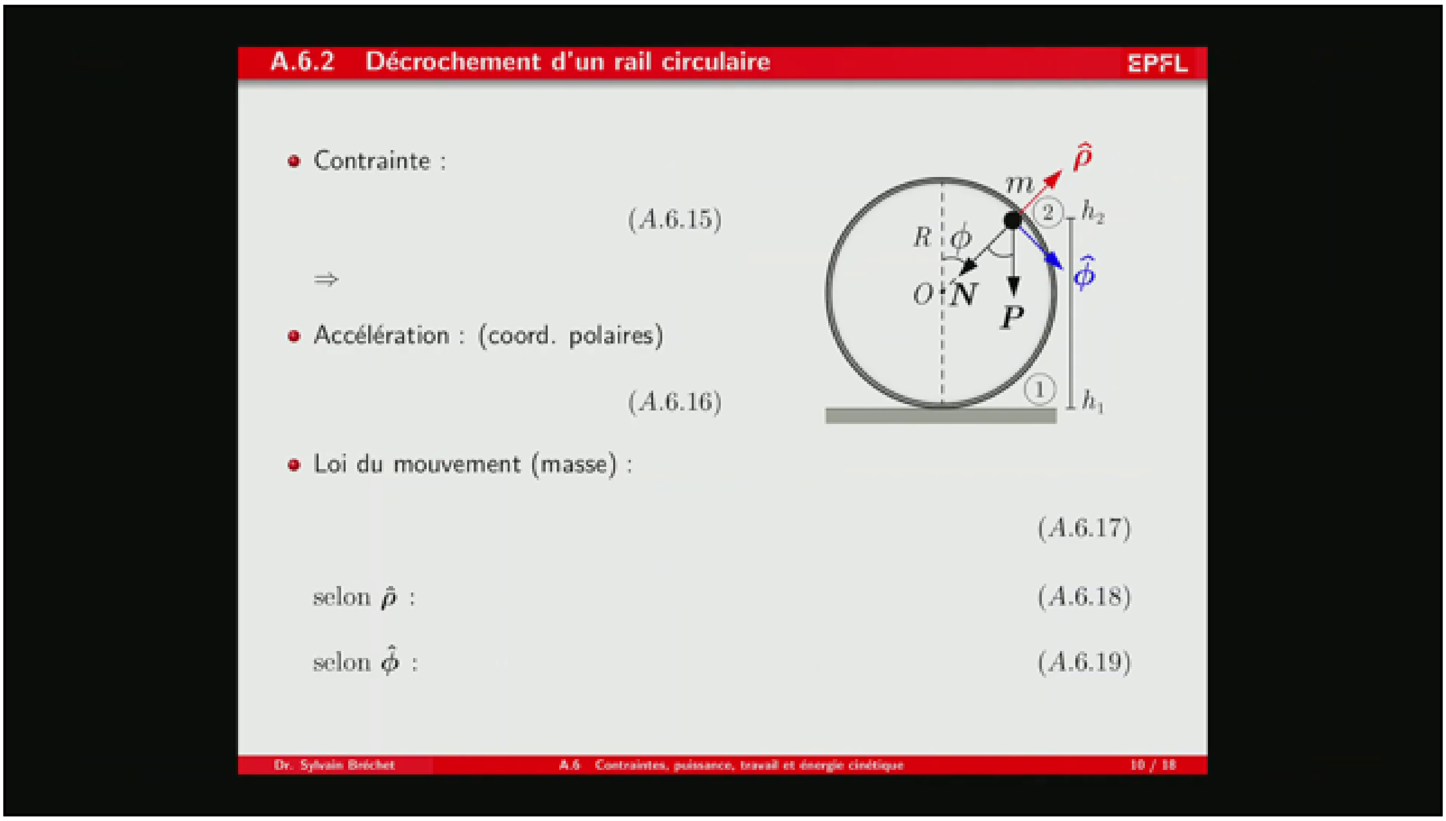


On avait une bille qu'on lâchait d'une certaine hauteur. Et si on la lâche de suffisamment haut, lorsqu'elle arrive au bas du looping, elle a une vitesse qui est suffisante pour faire le tour. Si on la lâche de pas suffisamment haut, la vitesse qu'elle va acquérir par transformation d'énergie potentielle de pesanteur en énergie cinétique, cette vitesse au bas du looping sera pas suffisante et elle va décrocher. Si la bille décroche, elle va décrocher dans le cadran trigonométrique numéro 1 dans la partie supérieure à droite ici du looping. La bille arrive par là. D'accord ? Elle remonte. Et si elle a pas décroché sur la partie droite supérieure qui est ici, elle ne décrochera pas non plus à gauche. Donc le décrochement se fait pour des raisons de symétrie clairement à droite. C'est-à-dire pour le dessin qui est fait ici, avec un angle-fi définit positif depuis le sommet vers le bas, l'angle-fi pour le décrochement variera, disons, se trouvera dans le domaine qui va de 0 à pi sur 2. D'accord ? Et c'est ça qui nous intéresse ici. Alors comment est-ce qu'on va modéliser ceci ? Comment est-ce qu'on va découvrir la condition que doit satisfaire la vitesse au bas du looping pour décrocher respectivement pour ne pas décrocher ? D'accord ? Et bien déjà, il faut comprendre ce que c'est le décrochement. Lorsqu'il y a décrochement, l'habit n'est plus en contact avec le rail, rappelez-vous, ce matin, il y avait un bruit qui était un bruit de frottement de l'habit sur le rail. Au moment où ce bruit s'arrête, on sait que l'habit a décroché. Au moment donc qu'il a décroché, qu'il y a plus de contact avec le rail, il y a plus non plus de force de réaction normale exercée par le rail. Ce qui veut dire qu'au moment du décrochement, la norme de la force de réaction normale est nulle. Et c'est

notes

résumé

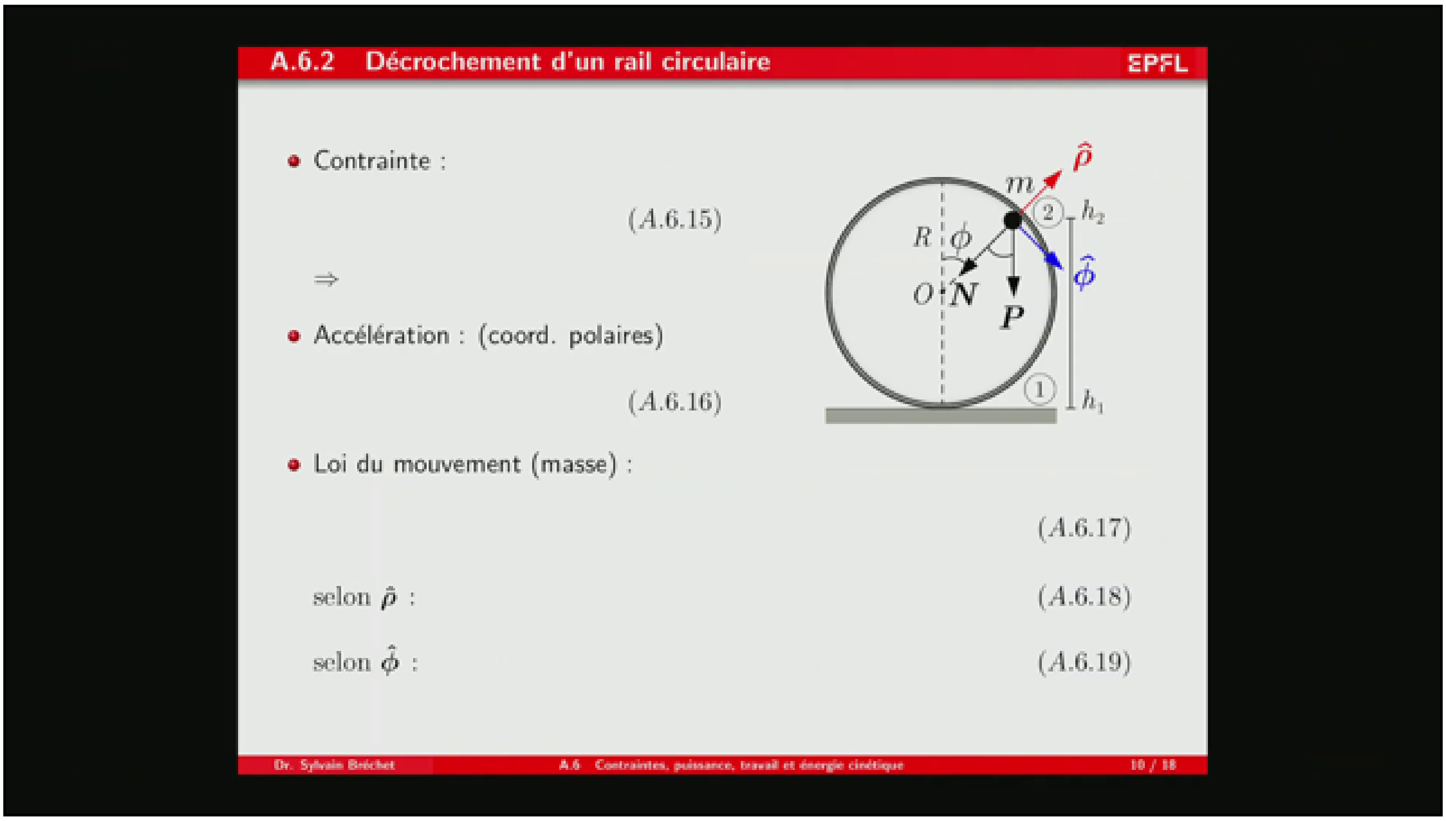
17m 37s



ça, la condition de décrochement. Donc pour pouvoir déterminer avec précision ce décrochement, on aura besoin de la 2e loi de Newton. Mais le problème est le suivant. On a une autre équation qui va faire intervenir un phi.point. Et on aura de la peine à les lier l'une avec l'autre. On pourrait le faire en intégrant l'équation du mouvement et on la liant avec l'équation de contrainte. Seulement intégrer l'équation du mouvement revient la multiplier par phi.point, c'est-à-dire par la vitesse angulaire ou la vitesse scalaire du point de matériel parce que la vitesse scalaire c'est le rayon phi.point. Ce qui revient par la bande en fait à réétablir le théorème de l'énergie cinétique. On ne va pas réinventer la roue. Donc ce qu'on va faire, c'est qu'on va combiner les informations. On va prendre l'information cachée dans l'équation de contrainte et celle cachée dans le théorème de l'énergie cinétique. Et en combinant le tout, on va répondre à la question. D'accord ? Donc il y a 2 forces qui sont exercées ici sur le point matériel. Le poids qui est exercé vers le bas ainsi que la force de réaction normale qui rend compte du fait que le point matériel doit se déplacer sur cette trajectoire circulaire qui sera orthogonal à la trajectoire qui sera donc orthogonal à la droite tangente au cercle au point de nez la force de réaction normale et orientée vers l'intérieur. Alors commençons par le poids. Ce poids, on va le projeter. On va considérer que le point matériel se trouve sur la partie supérieure du cercle. Donc l'angle phi est un angle aigu tout va bien. On n'a pas de questions à se poser. Donc on prend le poids qui est mg qui est mg fois, lorsqu'on projette son aligné corné radial avec l'angle phi qui est ici ça sera moins le pocinus de phi foirochapo. Et puis lorsqu'on projette sur le

notes

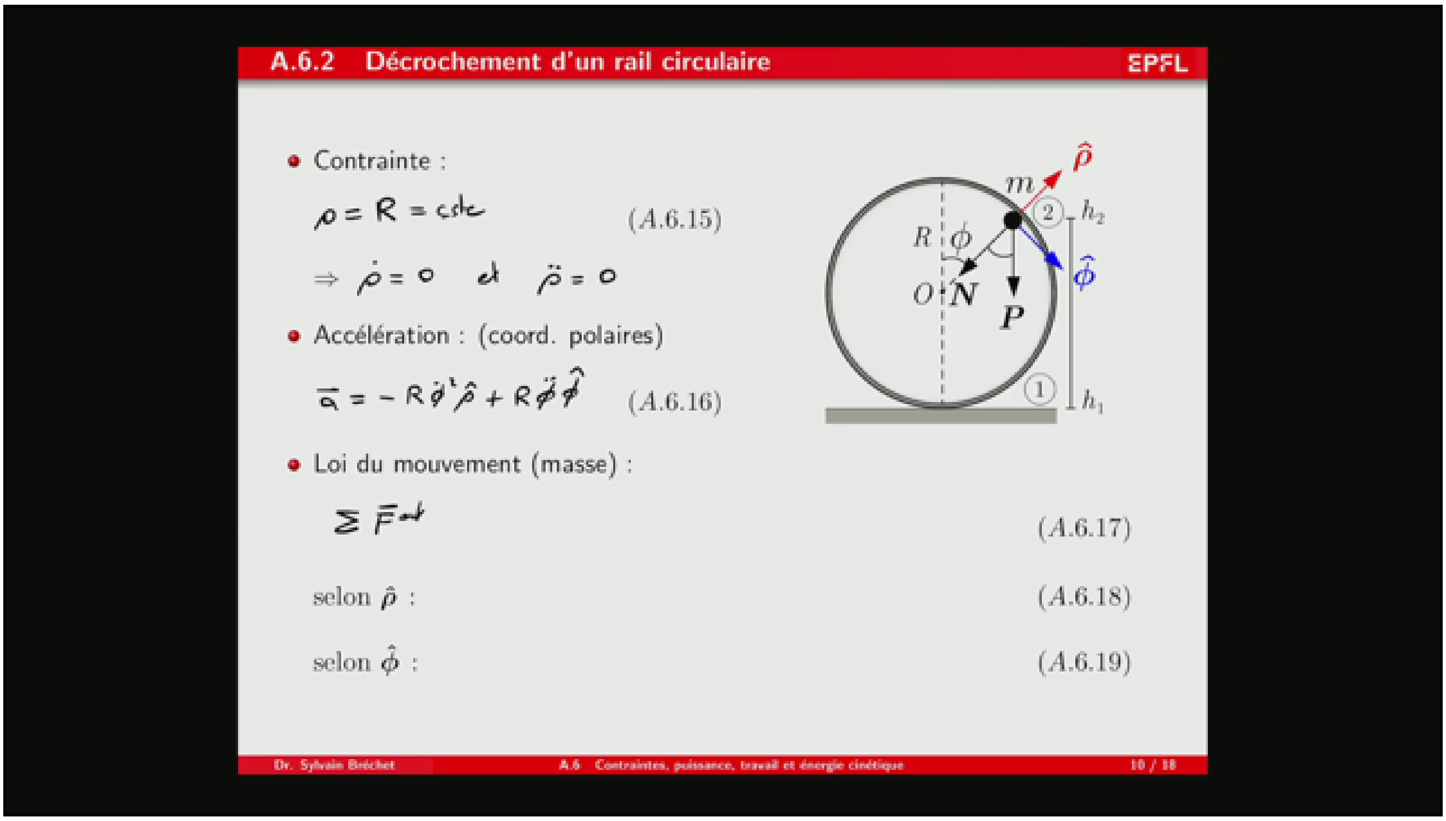
résumé



cathète qui est opposé à l'angle phi, on aura le signe de phi foifichapo. La force de réaction normale est ici assez simple. C'est moins n foirochapo elle est radiale orientée vers l'intérieur au chapeau orientée vers l'extérieur.

notes

résumé

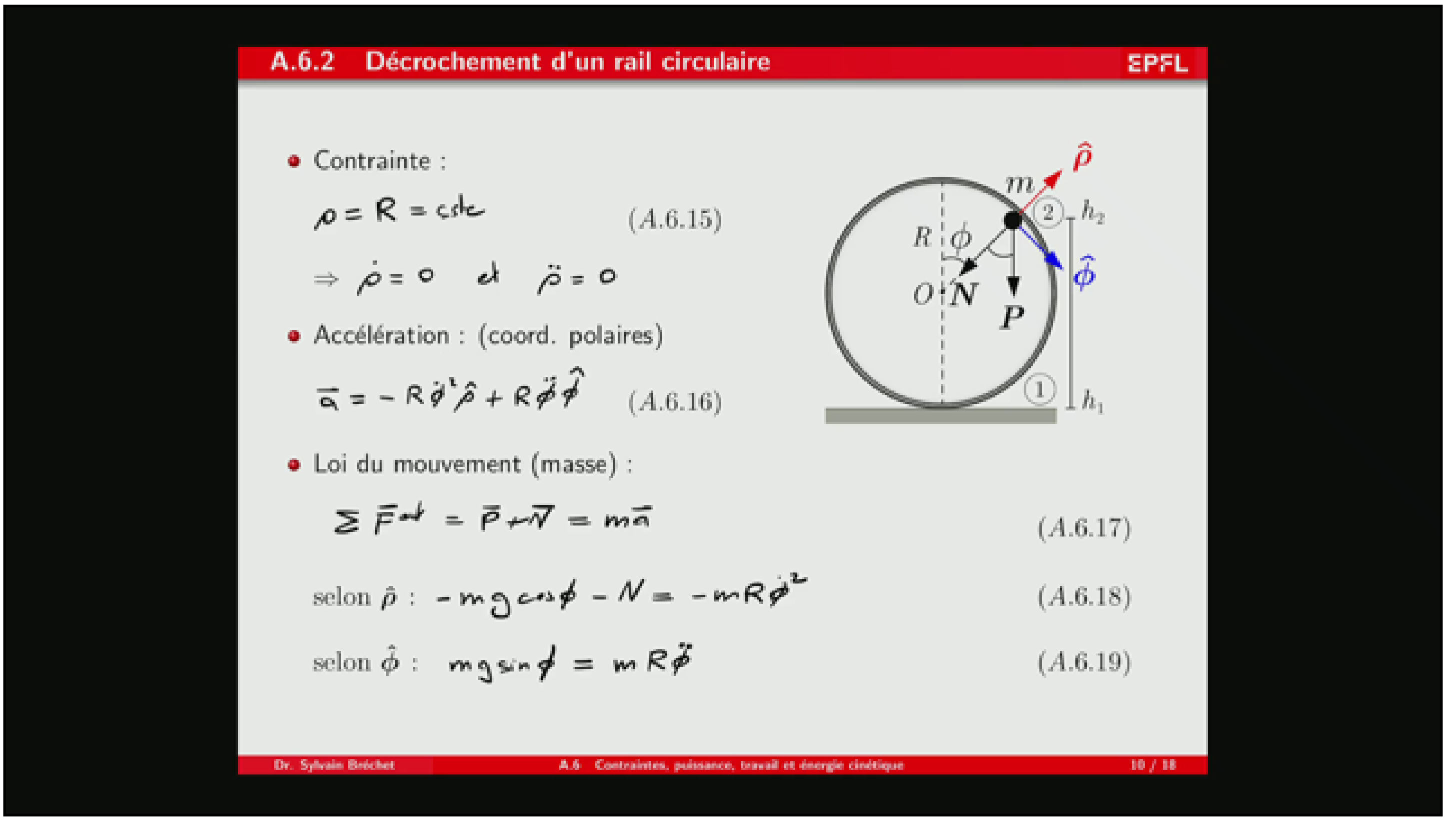


La contrainte est la même que précédemment pour le métronome. La coordonnée radiale, la coordonnée polaire ro, c'est le rayon du looping qui est une constante. On peut dériver cette contrainte. Par rapport au temps on a que ro.nul, il n'y a pas de vitesse radiale, ro.nul également, il n'y a pas d'accélération radiale. Donc encore une fois, on se retrouve avec une accélération sympathique qui contient deux termes. La terme d'accélération centripète qui est moins r, phi.carré, foirochapo est le terme d'accélération torgenciel qui est r, phi. foifichapo. Ok? Et puis maintenant on écrit notre loi du mouvement qui est la suivante. La somme des forces extérieures

notes

résumé

21m 43s

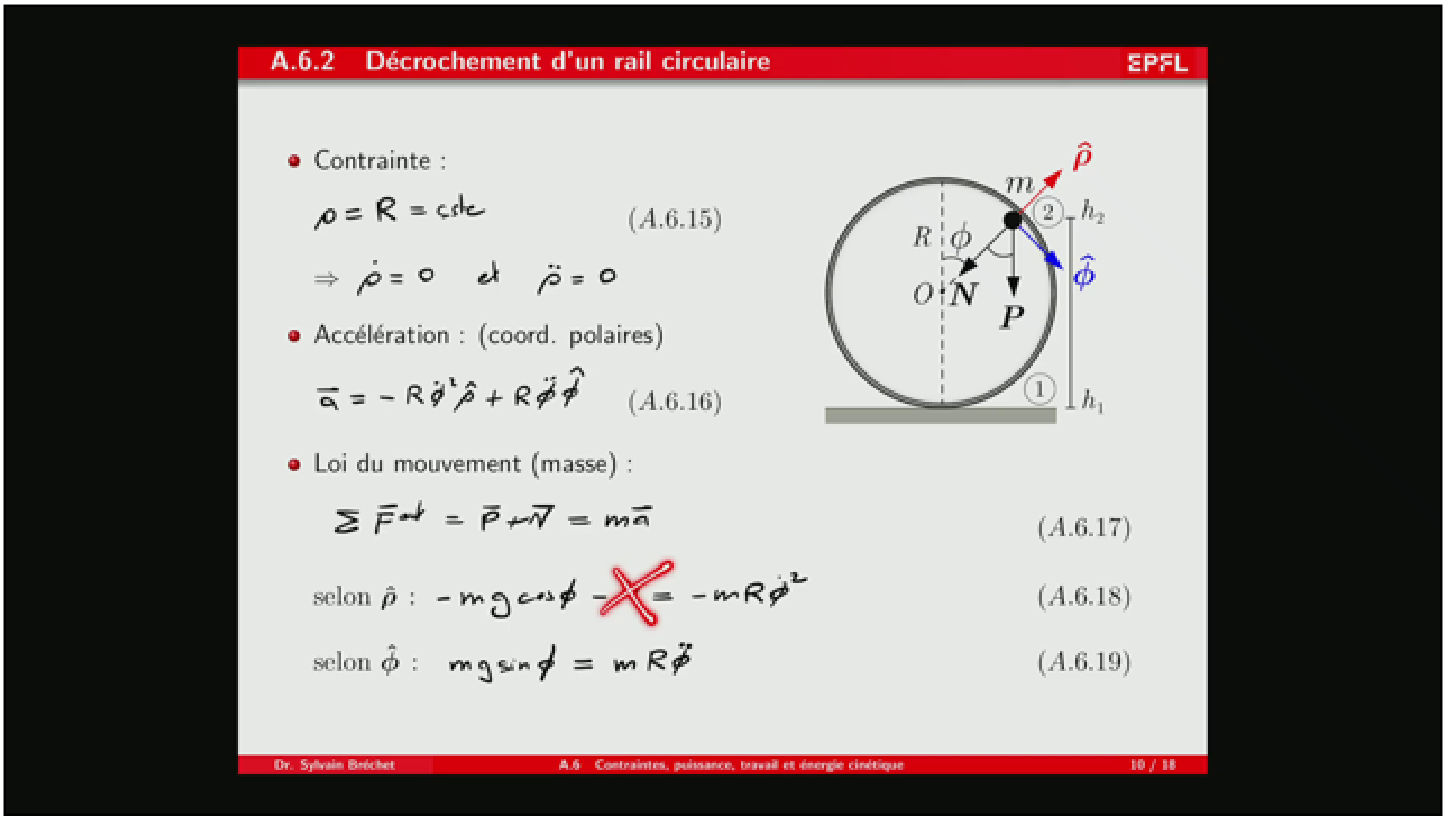


c'est-à-dire le poids plus la force de réaction normale sont égales au produit de la masse foie à l'accélération. D'accord? Alors on prend les forces qu'on vient d'établir sur le transparent précédent on les substitue dans la loi du mouvement fait de même avec l'accélération et on projette. Pour le poids, le terme qui multiplie rochapo, le terme scalaire est moins mg cocinus phi. Pour la force de réaction normale c'est moins n. Et dans le membre de droite on a le produit de la masse foie à l'accélération centripète. D'accord? Ensuite, la projection soit à l'incoordination azimutale pour le poids va nous donner mg-cinus phi il n'y a pas de composante de la force de réaction normale et dans le membre de droite c'est le produit de la masse foie à l'accélération tangentiale. Ok? Alors, regardez bien ces deux équations.

notes

résumé

22m 29s

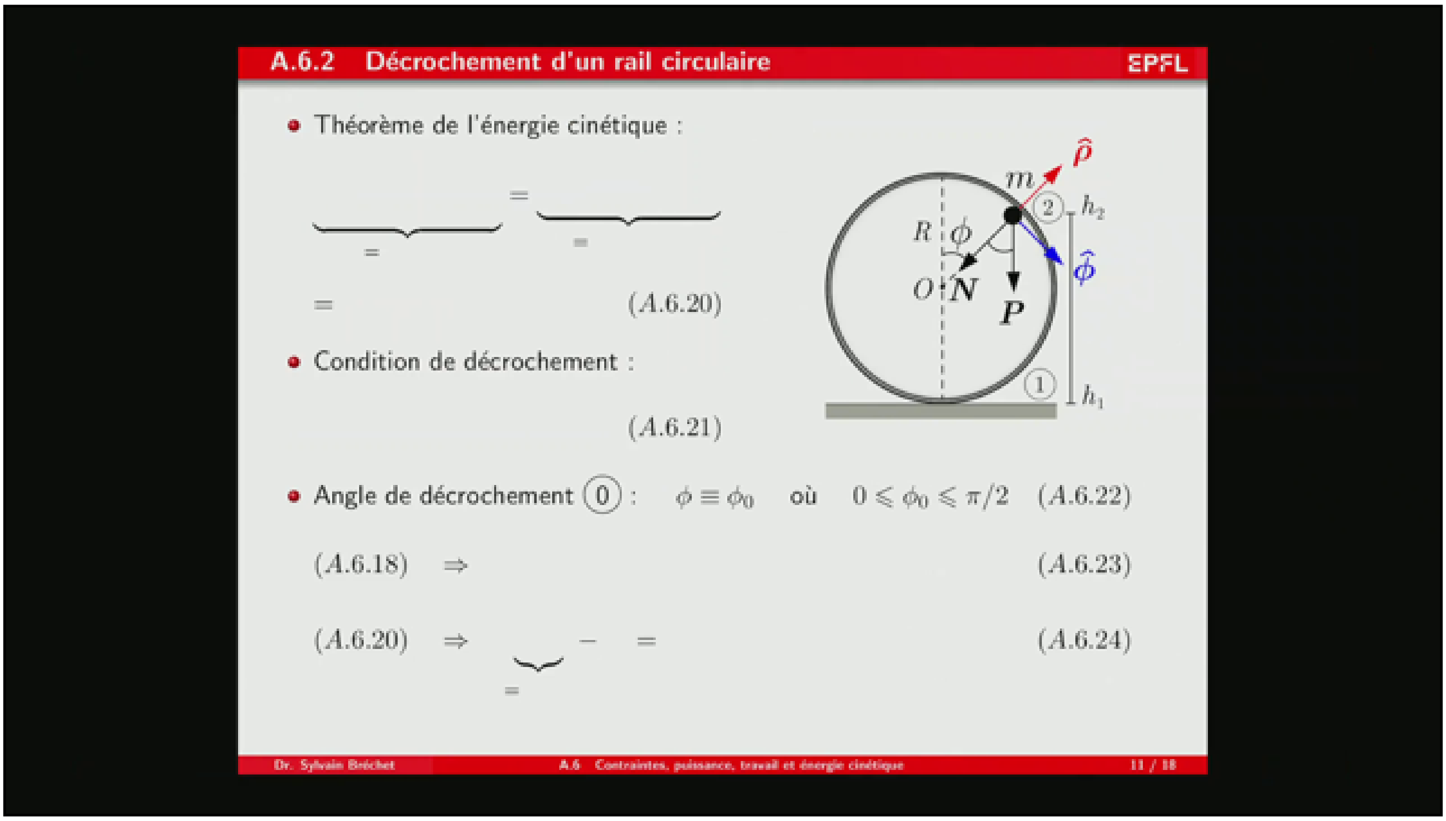


Quand il y a des crochements, la force de réaction normale est nulle n égale 0. Donc au niveau du

notes

résumé

23m 25s

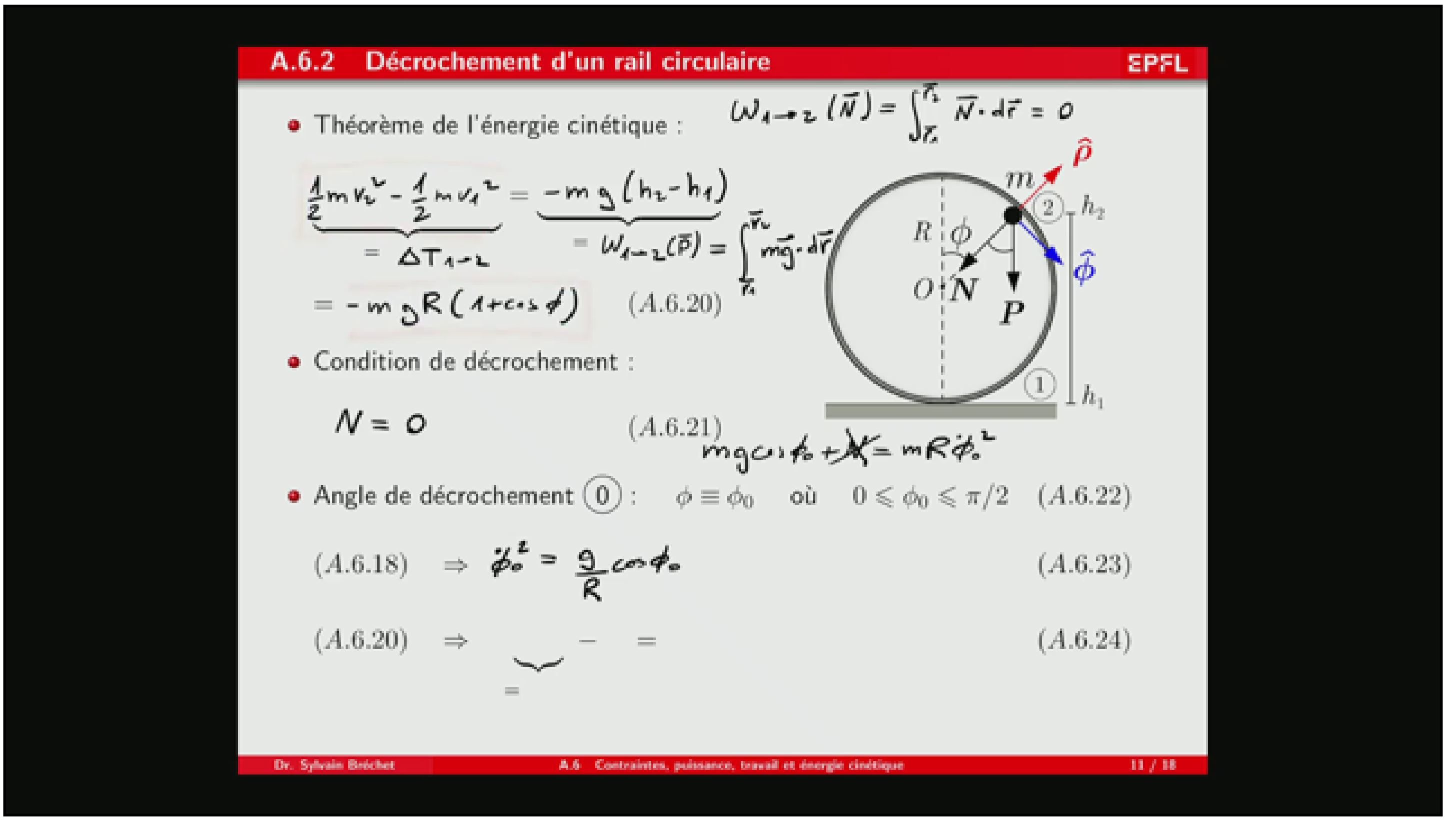


décrochement on aura ces deux équations. On veut les comparer. On est embêté puisqu'ici on a un phi. Carré et ici on a un phi. Donc, l'idée serait, au niveau mathématique 2 multipliés par phi. A gauche et à droite et d'intégrer. Phi. Ou plutôt R phi. C'est la vitesse scalaire ici de notre point matériel. Donc ça revient à redevelopper le théorème de l'énergie cinétique. On ne va pas le refaire on va tout de suite exploiter le théorème de l'énergie cinétique pour avoir cette même information. D'accord? C'est à ça qu'il sert ce théorème. Bien.

notes

résumé

23m 33s

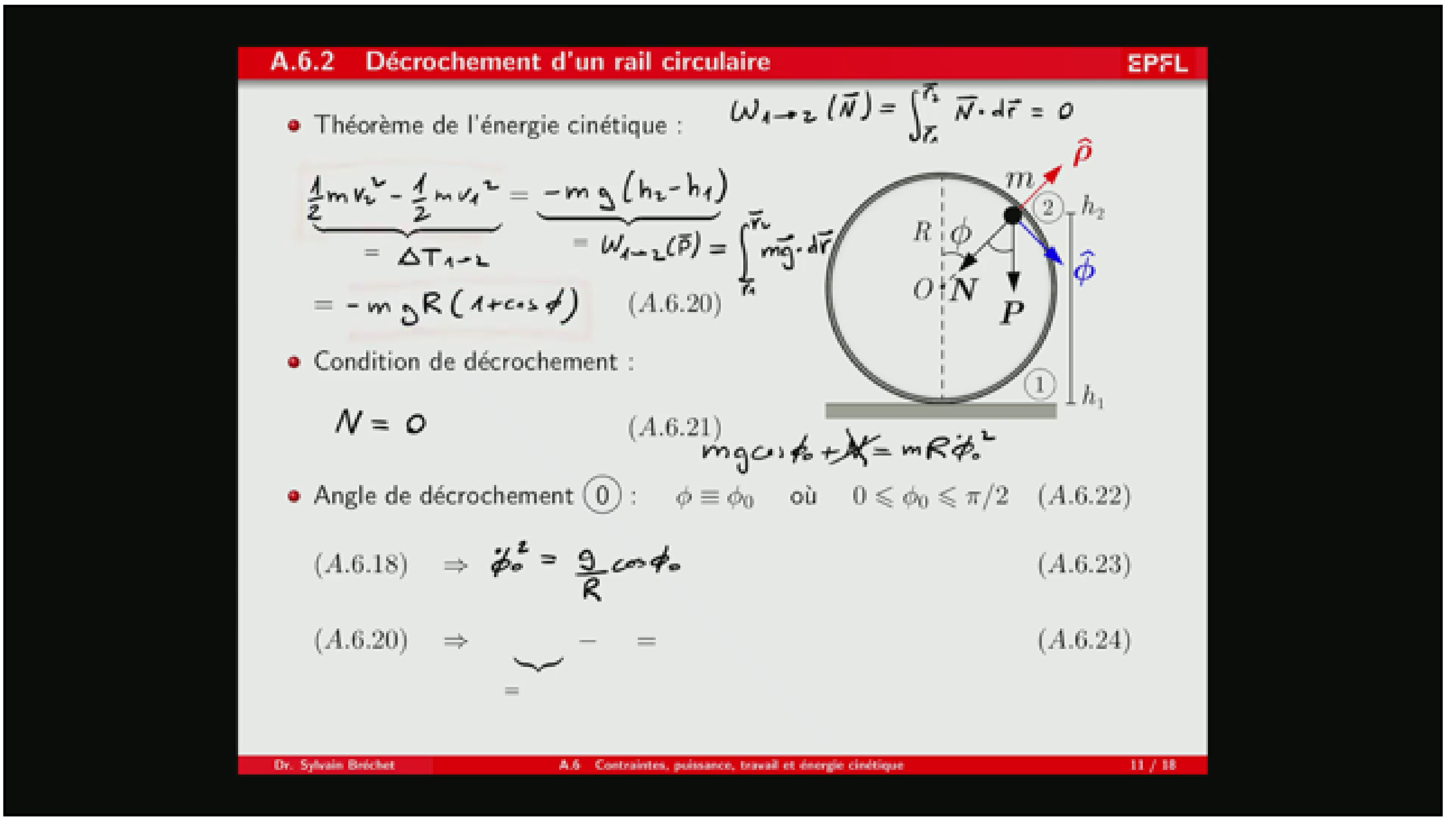


Avant d'exploiter le théorème on va rapidement écrire les travaux qui sont liés aux forces extérieures. Alors, il y a la force de réaction normale. Écrivons le travail accompli de la position 1 lorsque la billette ici jusqu'à la position 2 va faire la force de réaction normale sur le point matériel. D'accord? Donc c'est ce travail qui est accompli par n par définition c'est l'intégral de R1 à R2 du produit scalaire de la force de réaction normale fois le déplacement infinitesimal. Mais regardez bien. Le vecteur déplacement infinitesimal il est toujours tangent à la trajectoire. Alors que le vecteur force de réaction normale lui il est toujours hortogonal à la trajectoire puisqu'il est radial. Ce qui veut dire que les deux vecteurs qui apparaissent ici dans l'expression du travail infinitesimal accompli par la force de réaction normale ces vecteurs sont hortogonaux leur produit scalaire est nul. Tous les travaux infinitesimaux sont nuls lorsqu'on somme ces travaux infinitesimaux on trouve bien sûr zéro. Donc la force de réaction normale ne travaille pas, elle va dévier le mouvement de la balle. D'accord ? C'est tout ce qu'elle fait. Qu'on est-il maintenant du travail accompli de la position initiale 1 à la position finale 2 par le poids. Là c'est différent. Pourquoi ? Parce que le poids il est vertical. Et donc le poids il va avoir une composante qui est tangente au mouvement, c'est cette composante-là qui va être intéressante. D'accord ? Alors, par définition le travail accompli par le poids c'est l'intégrale de R1 à R2 du produit scalaire du poids MG avec le déplacement infinitesimal d'ailleurs. Oui mais le poids il est toujours vertical donc la seule composante du vecteur déplacement qui nous intéresse c'est la composante verticale. La norme du poids est constante on peut la mettre en évidence, on a MG et ce qu'on va sommer c'est des Z de la position 1 jusqu'à la position

notes

résumé

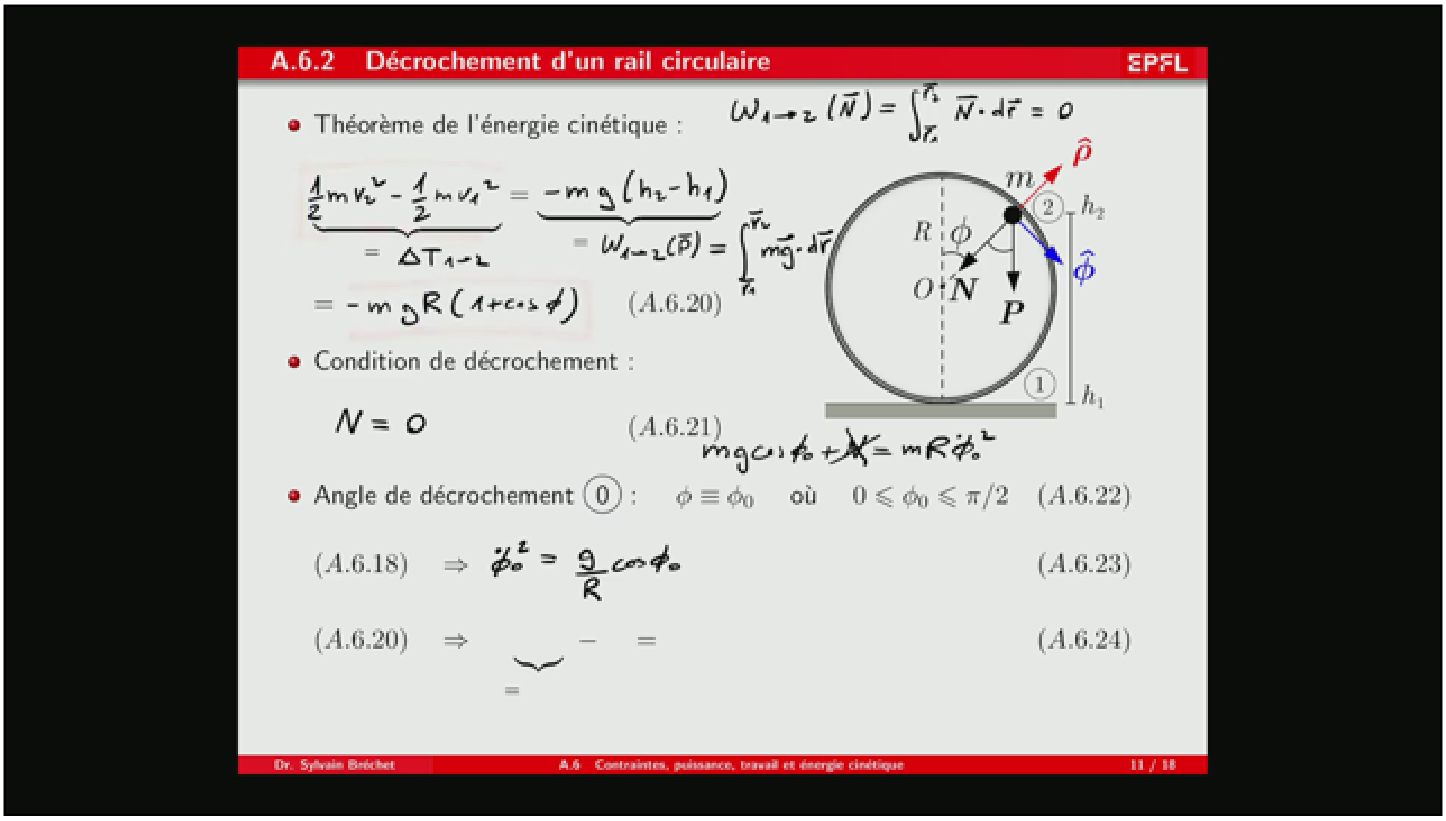
24m 11s



2 on veut la différence de hauteur. C'est le produit du poids fois la différence de hauteur. Attention signes-prêts. Puisque G est orienté vers le bas d'accord ? Alors que le déplacement se fait vers le haut. Donc on va se retrouver en fait avec moins MG fois la différence de hauteur qui est H2, moins H1. Vous voyez déjà point de quelque chose d'intéressant qui est le fait en fait que derrière cette expression on vient de calculer, se cache l'opposé de la variation d'énergie potentielle de pesanteur, c'est une considération qu'on traitera en détail la semaine prochaine. D'accord ? Bon. Ça c'est pour le membre de droite. On a la somme des travaux accomplis par les forces extérieures le travail accompli par la force de réaction normal est nul. Le travail intéressant c'est celui qui est accompli par le poids. Dans le membre de gauche on a la variation de l'énergie soit énergie signétique finale une demi de m v2² moins l'énergie signétique initiale une demi de m v1². D'accord ? Donc ceci c'est delta t de 1 à 2. Bon. Alors regardons de plus près le terme du membre de droite qui est ici. En particulier H2 moins H1. H2 moins H1 c'est cette différence de hauteur là. Alors on peut la décomposer en 2. On a tout d'abord le rayon lorsqu'on part du point 1 pour aller au centre ici du cercle. Et ensuite il se faudra prendre ce segment radial et le projeter sur l'axe vertical. Et ce qu'on veut c'est le catet qui est le catet adjacent à l'angle phi soit r fois le cos de phi. Donc on aura r plus r cos phi r plus r cos phi c'est r qui multiplie 1 plus cos phi. D'accord ? Donc on peut récrire ceci comme r qui multiplie 1 plus le cosinus de l'angle phi. Ok ? Comme on le disait tout à

notes

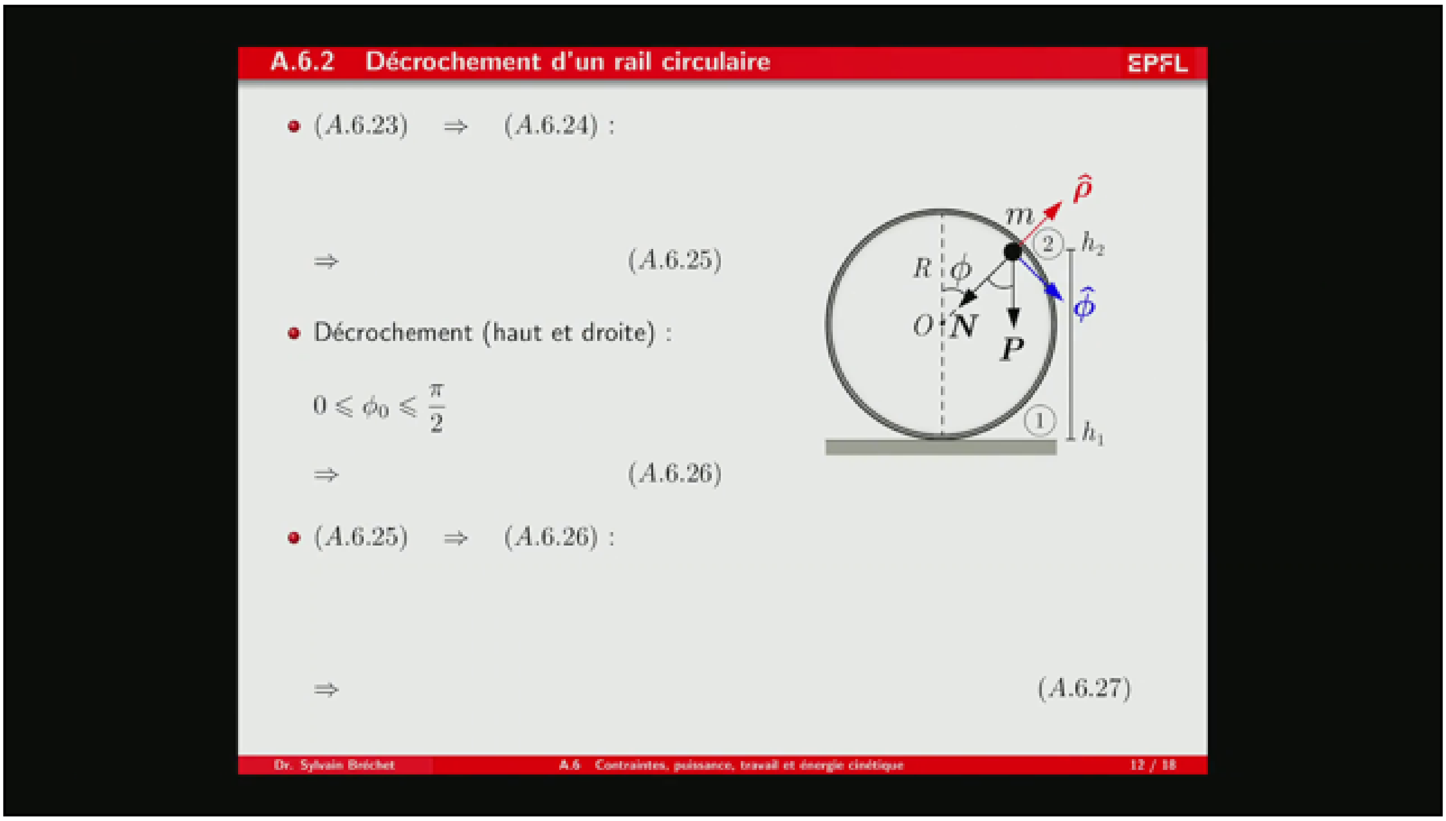
résumé



l'heure la condition de décrochement c'est qu'il y ait plus de contact au moment où le contact se rôme la force exercée par la glissière sur le point matériel est nulle. Donc la force de réaction normale est nulle au niveau du décrochement. Applance cet angle de décrochement l'angle phi zéro. Bon. Alors ce qu'on va faire maintenant c'est prendre comme position finale comme point 2 le point de décrochement zéro et donc on va évaluer 2 en zéro en fait. Pour phi égale phi zéro on sait que phi zéro va se trouver dans l'intervalle qui va de zéro jusqu'à p sur 2. Ok ? Alors je vais juste rajouter une petite équation qui est pas dans les notes. L'équation de contraintes radiales vous l'évaluez en phi zéro vous avez mg cossinus phi zéro d'accord ? plus n qui est égal à mr phi zéro point carré et n est égal à zéro d'accord ? Alors maintenant vous prenez cette équation là vous la divisez par m, vous la divisez par r et vous arrivez à la conclusion que phi zéro point carré est égal à g sur r qui multiplie le cossinus de phi zéro. D'accord ? D'autre part si on prend le théorème de l'énergie scientique, le membre qui est tout à gauche, celui qui est tout à droite qu'on l'évalue pour la position 2 qui est l'angle de décrochement phi zéro. Ok ? V2 sera V0

notes

résumé

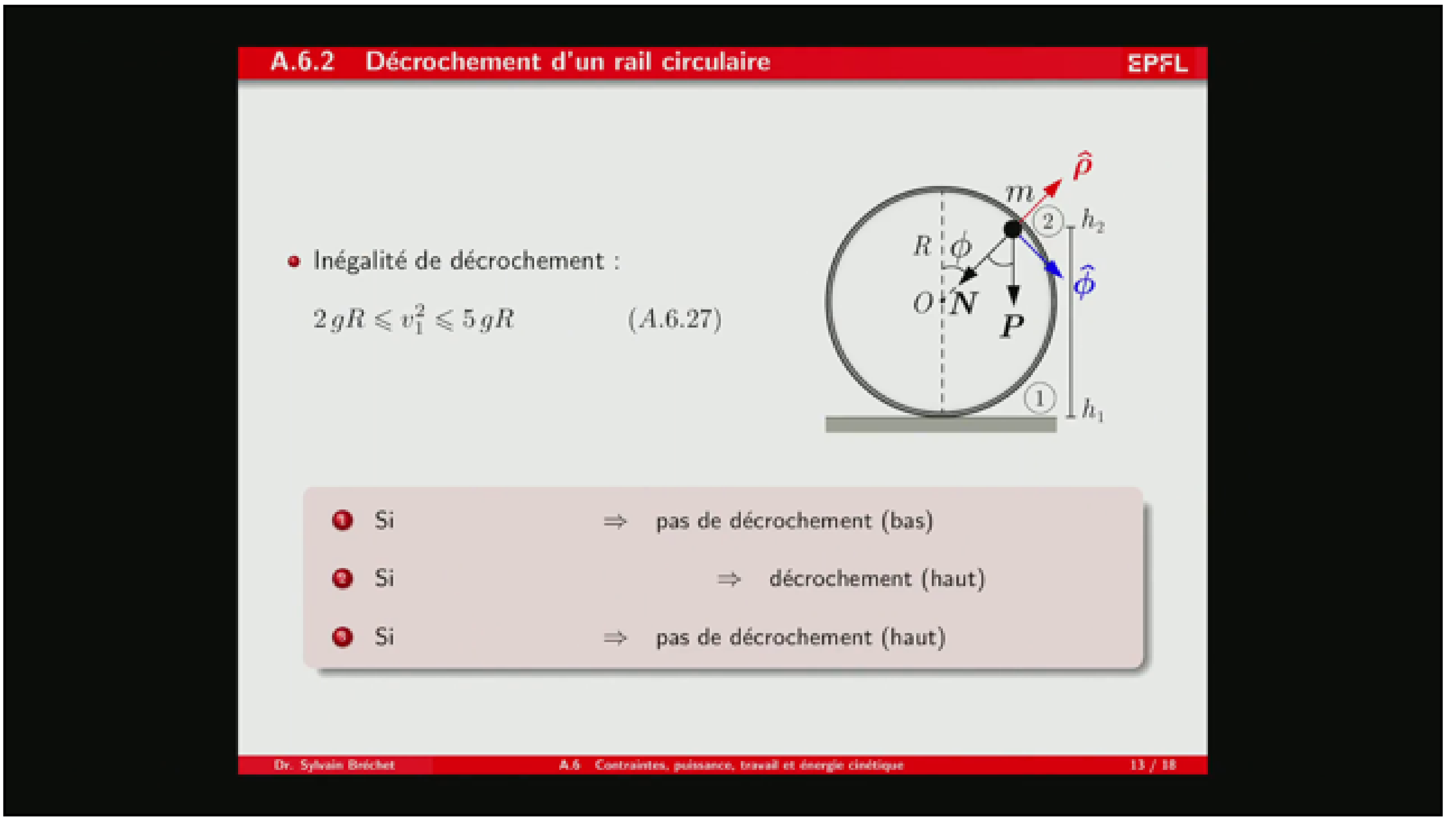


On prend cette équation, la divise par la masse qui est multiplie par 2 on va se retrouver avec V0 au carré moins V1 au carré qui est égal à moins de gr le tout fois 1 plus le cossinus de l'angle phi zéro. Attention au moment où la bille décroche sa vitesse est tangente à la trajectoire donc cette vitesse tangente cette vitesse scalère c'est le produit du rayon pour la vitesse angulaire donc V0 au carré c'est R carré fois phi zéro point carré d'accord ? Ah mais là le tout est joué, pourquoi ? parce qu'on a justement un phi zéro point carré dans la première équation on va donc pouvoir exprimer dans la deuxième le phi zéro point carré en termes de g sur r cause de phi zéro. Ok ? Bon, alors si on fait ça

notes

résumé

30m 5s

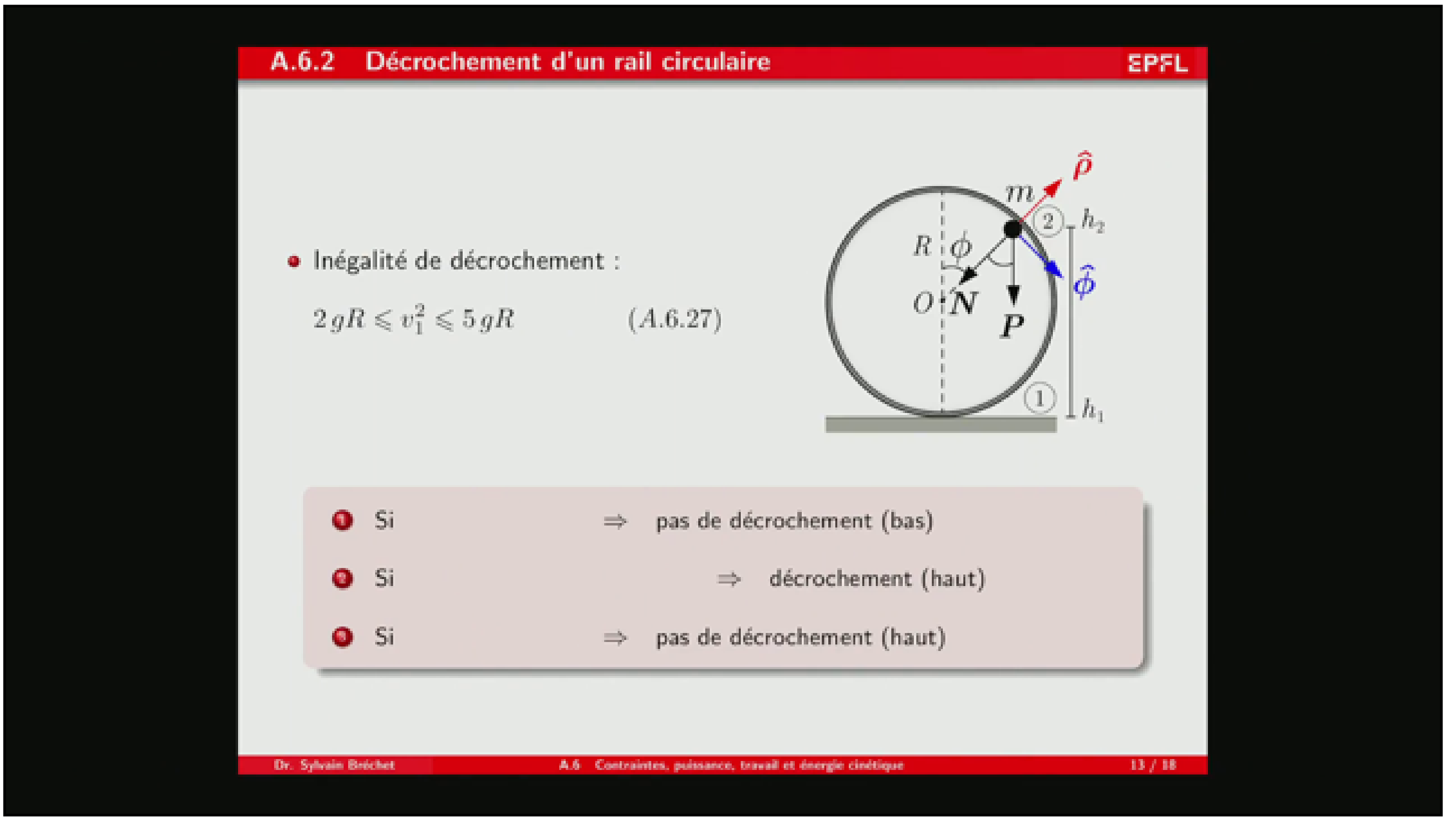


on se retrouve avec gr fois le cossinus de phi zéro moins V1 au carré qui est égal à moins de gr qui multiplie 1 plus le cossinus de phi zéro. Et là c'est simplement de l'algebra, il faut en extraire le cause de phi zéro et ce cause de phi zéro à l'expression suivante c'est V1 au carré et le cossinus de phi zéro à l'expression suivante c'est V1 au carré et le cossinus de phi zéro en fonction de la vitesse cal point matériel au bas du looping. Maintenant, s'il y a des crotchements, ce décrochement aura lieu pour un angle phi zéro compris dans l'intervalle qui va de zéro compris à phi sur 2 compris. D'accord ? Ok. Dans cette portion de cercle, quand l'angle phi zéro est un angle aigu le cossinus de phi zéro va varier entre 0 et 1 donc on peut traduire ceci en termes d'une inéquation sur le cossinus de phi zéro c'est à dire que 0 est plus petit ou égal au cossinus de phi zéro qui doit être plus petit ou égal à 1. D'accord ? Or ce cossinus de phi zéro, on vient d'en trouver l'expression qui est ici, qu'est-ce qu'on va faire ? On va la substituer dans l'inéquation qui est là. Et on aura alors que 0 est plus petit ou égal à v1² moins de gr divisé par 3 gr et ceci est plus petit ou égal à 1. Et donc maintenant le tour est joué, puisque ce qu'on veut trouver c'est une inéquation sur la vitesse que doit avoir la bille lorsqu'elle se trouve au bas du looping. V1 c'est la vitesse qu'elle a quand elle est là. D'accord ? Donc ce qu'on va faire on va multiplier cette inéquation par un nombre strictement positif qui est 3 gr OK ? Bon, et puis si on fait ça qu'on ajoute 2 gr dans tous les

notes

résumé

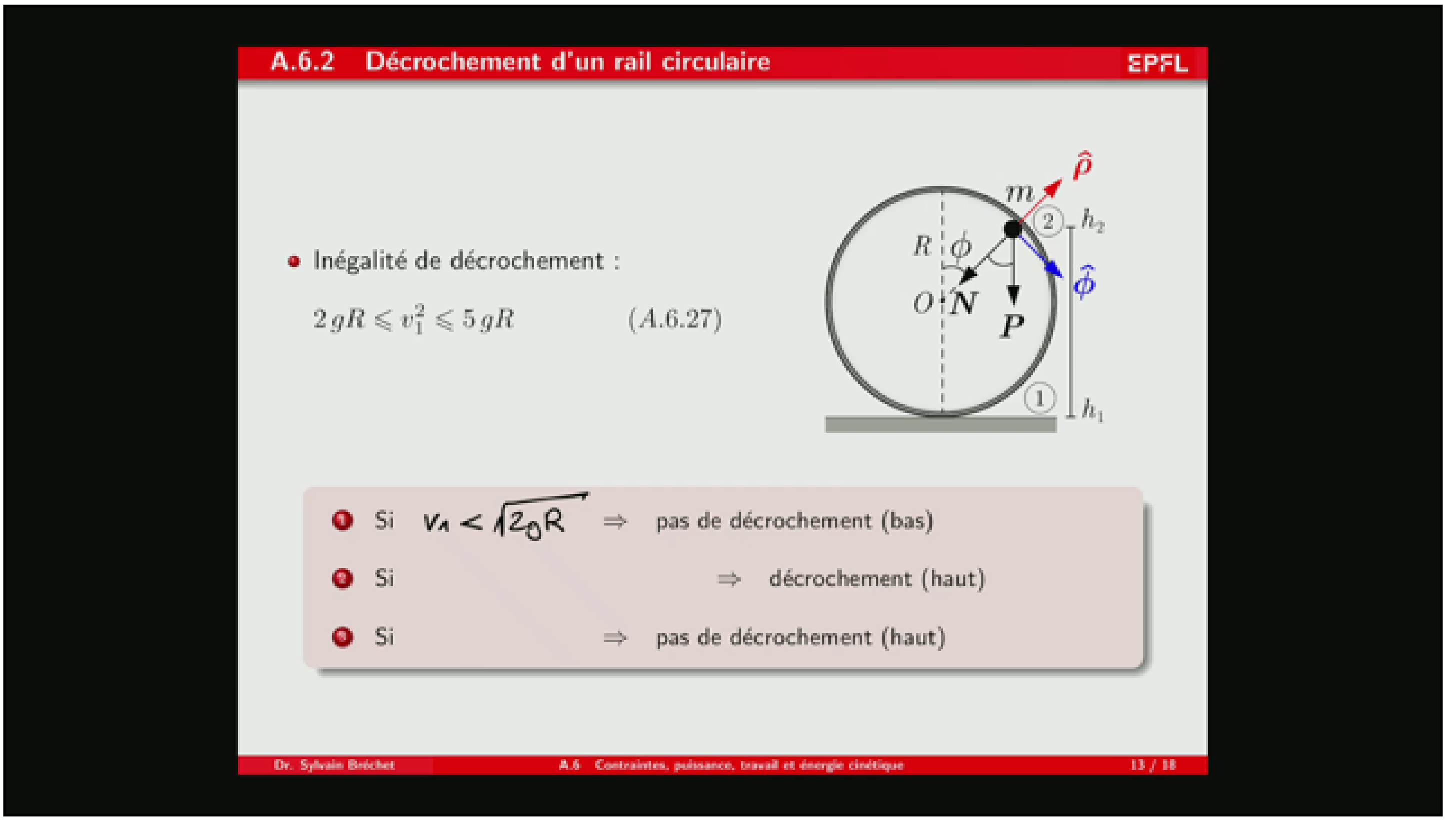
31m 4s



termes, on se retrouve avec 2 gr qui est plus petit ou égal à v1² qui est plus petit ou égal à 5 gr. Et là on a trouvé le domaine de valeur en termes de normes de la vitesse que doit avoir la bille lorsqu'elle est au bas du looping pour qu'il y ait des crotchements. C'est-à-dire que si la norme de la vitesse v1 de la bille au bas du looping se trouve dans l'intervalle qui va de la racine carré de 2 gr à la racine carré de 5 gr elle va forcément décrocher sur la partie supérieure du looping. Donc, analysons ceci maintenant en détail

notes

résumé

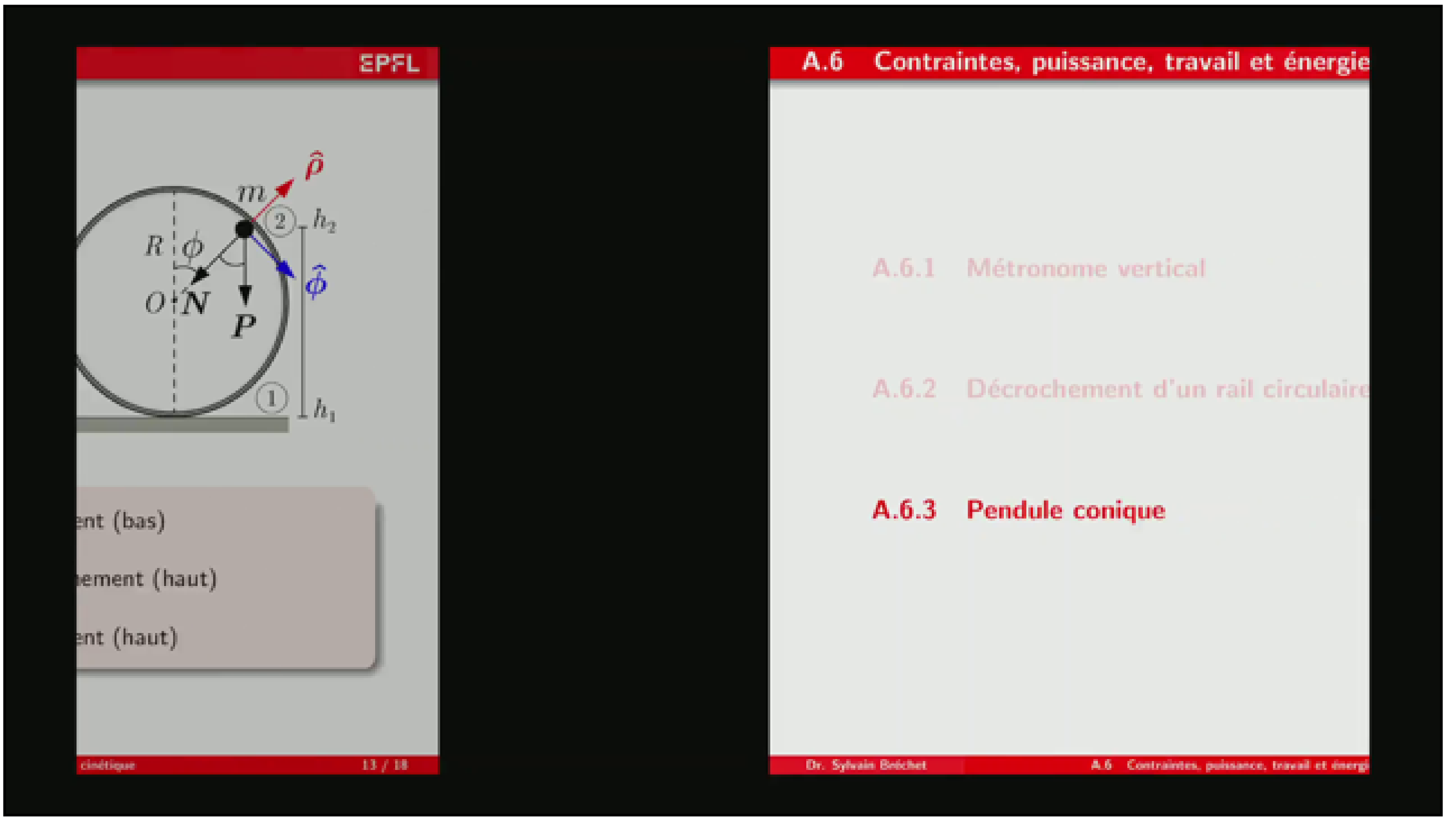


et tentons de comprendre ce que ça signifie. Si v1 est strictement inférieure à la racine de 2 gr en gros, la vitesse de la bille n'est pas suffisante pour que la bille puisse décrocher. Donc, elle va faire quoi ? Elle va remonter ici dans le quatrième cadre en trigonométrique elle ne parviendra jamais à la hauteur de l'origine ici elle aura la vitesse nulle, elle va retomber elle va rester en contact permanent avec la glissière. C'est pas un cas intéressant. D'accord ? Si maintenant elle a exactement une vitesse qui correspond à la racine de 2 gr elle parvient à la hauteur horizontale ici du centre elle décroche en ce point elle se recroche automatiquement et le redescend. D'accord ? En revanche si la vitesse est strictement supérieure à la racine de 2 gr strictement inférieure à la racine de 5 gr elle va décrocher pour un angle de 5,0°, inférieure à p sur 2 donc elle décroche sur cette partie de looping. D'accord ? Si sa vitesse est égale strictement égale à la racine de 5 gr elle va décrocher au sommet et avoir une trajectoire balistique comme ceci. Et si sa vitesse est supérieure à cette valeur-là, elle ne décrochera jamais, elle va rester constamment en contact avec la glissière. Donc il y aura décrochement

notes

résumé

33m 50s

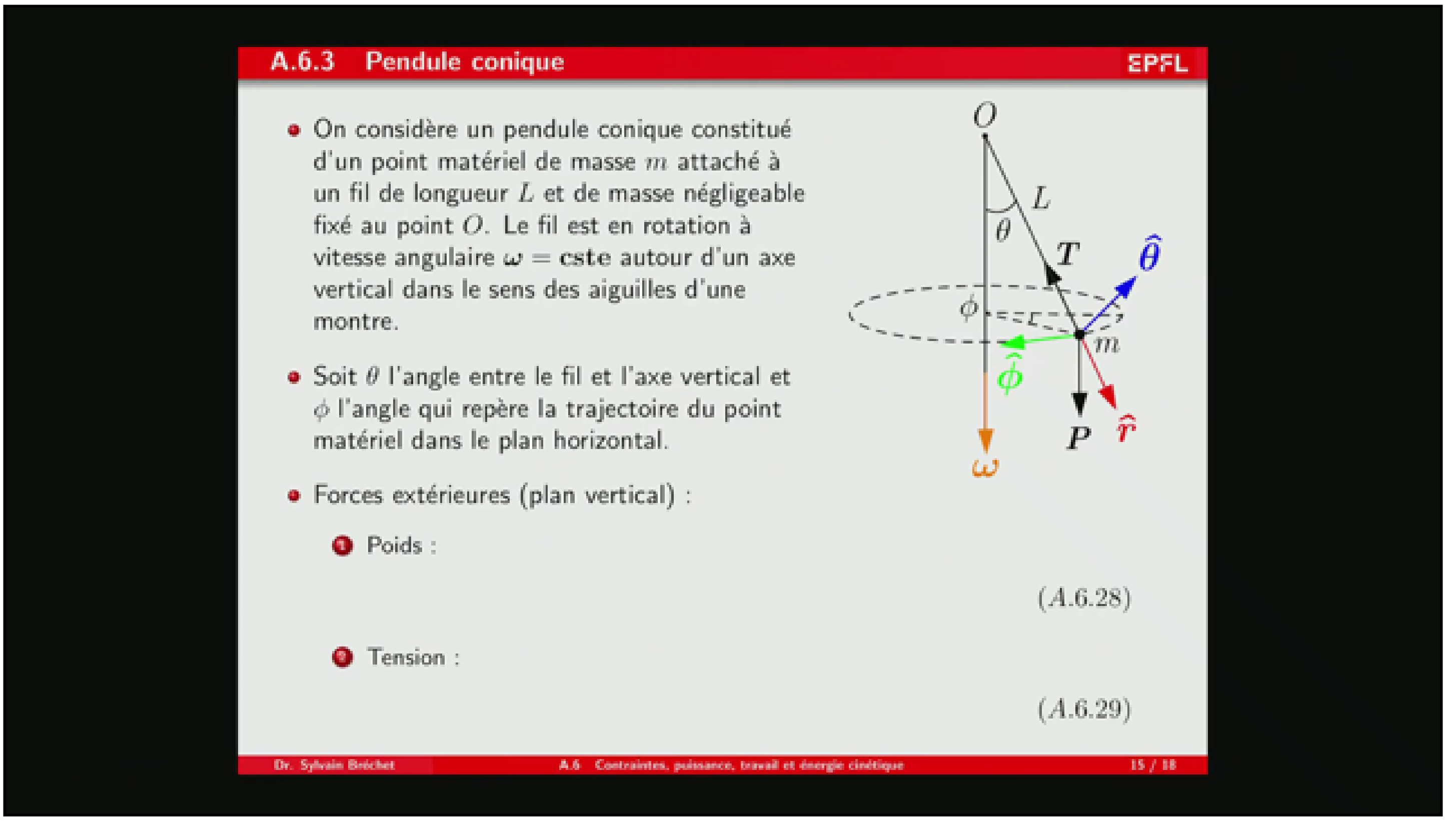


si v1 est supérieure ou égale à la racine de 2 gr et inférieure ou égale à la racine de 5 gr et si v1 est supérieure à la racine de 5 gr il n'y aura jamais de décrochement. Alors j'anticipe un tout petit peu. En supposant qu'il n'y ait pas de frottement ce qui n'était pas le cas de l'expérience de ce matin mais si elle était parfaite, si il n'y ait pas de frottement d'accord ? Lorsque vous lâchez l'habit d'une certaine hauteur elle a une énergie potentielle de pesanteur verra ceci ensemble la semaine prochaine qui est le produit du poids fois la hauteur c'est MG fois la hauteur Cette énergie potentielle de pesanteur va se transformer intégralement en énergie cinétique lorsque l'habit se trouve au bas de la glissière, d'accord ? Et donc l'énergie cinétique est là au bas de la glissière pour pouvoir faire le tour complet va être 1,5 de la masse fois la racine 2,5 GR elle va élever au carré donc c'est 1,5 de la masse fois 5 GR donc c'est les 5,5 de MGR Ceci doit être égal à l'énergie potentielle de pesanteur qui est là initialement donc si vous la lancez d'une hauteur qui est supérieure aux 5,5 du rayon d'accord ? Elle va être capable de faire le tour sans décrocher donc la hauteur va être égal à 2,5 fois le diamètre du looping au minimum pour que la bi- ne décroche jamais Comme il y a un peu de frottement il faudra même que ça soit supérieur il faudrait plutôt prendre une bi- disons qui a une hauteur initiale qui est plus proche de 3 fois le diamètre pour être sûr qu'elle fasse correctement le tour, d'accord ?

notes

résumé

35m 13s

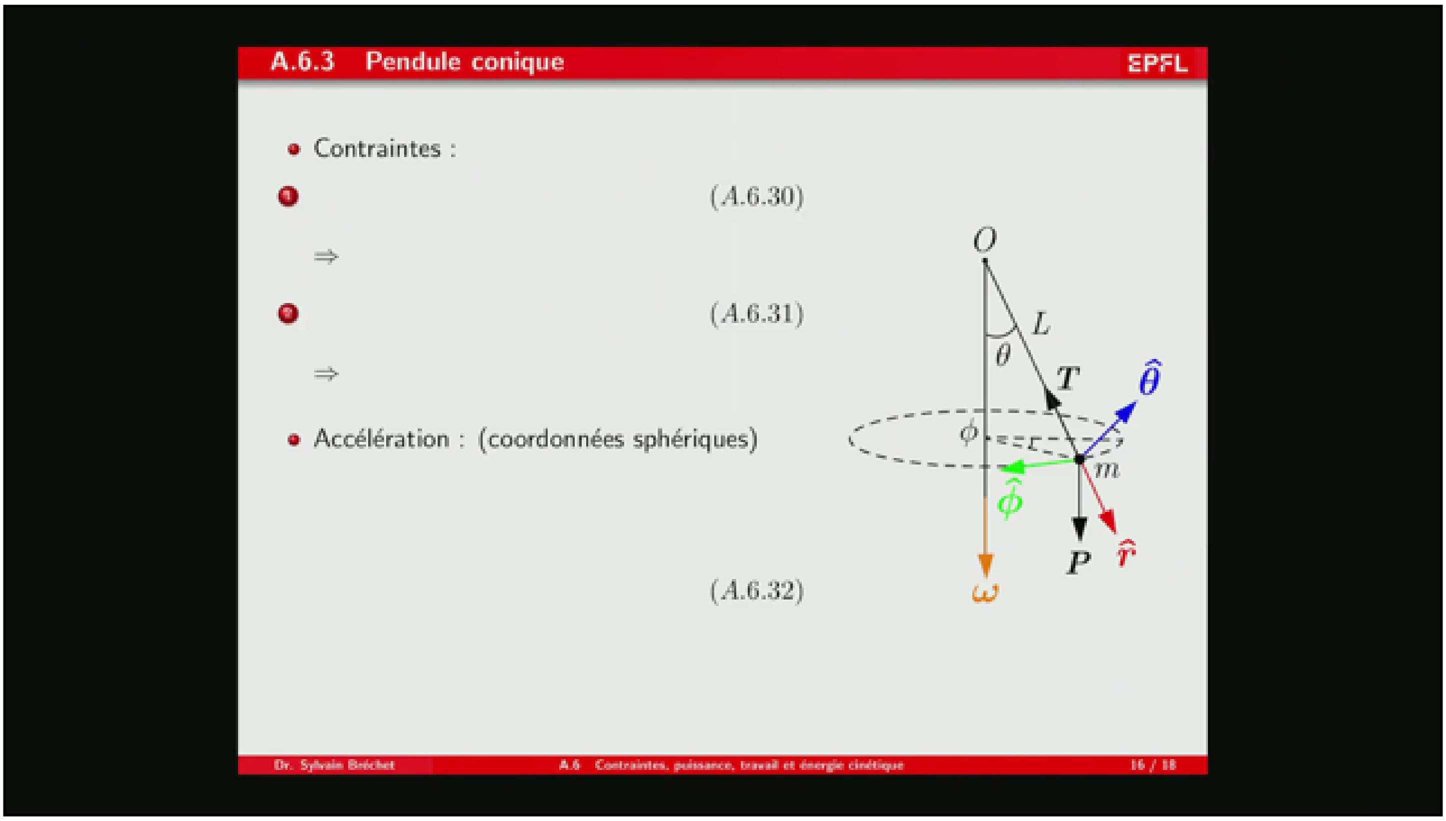


Voilà, terminons avec le problème du pendule conique dans le problème du pendule conique il faut imaginer un pendule comme celui-ci avec un moteur qui le fait tourner à vitesse centrulaire constante d'accord ? Voilà quelque chose comme ça bon, là, vous voyez que le rayon est un peu trop grand vous avez compris l'idée d'accord ? Alors ce que vous voyez déjà, intuitivement, regardant l'expérience que je viens de vous montrer c'est que l'angle d'inclinaison va être à peu près constant d'accord ? On va démontrer effectivement le cas et on aura une petite surprise, outre le fait que le pendule tombe à la clé puisqu'on va retomber sur des équations mathématiques qu'on connaît déjà

notes

résumé

37m 2s

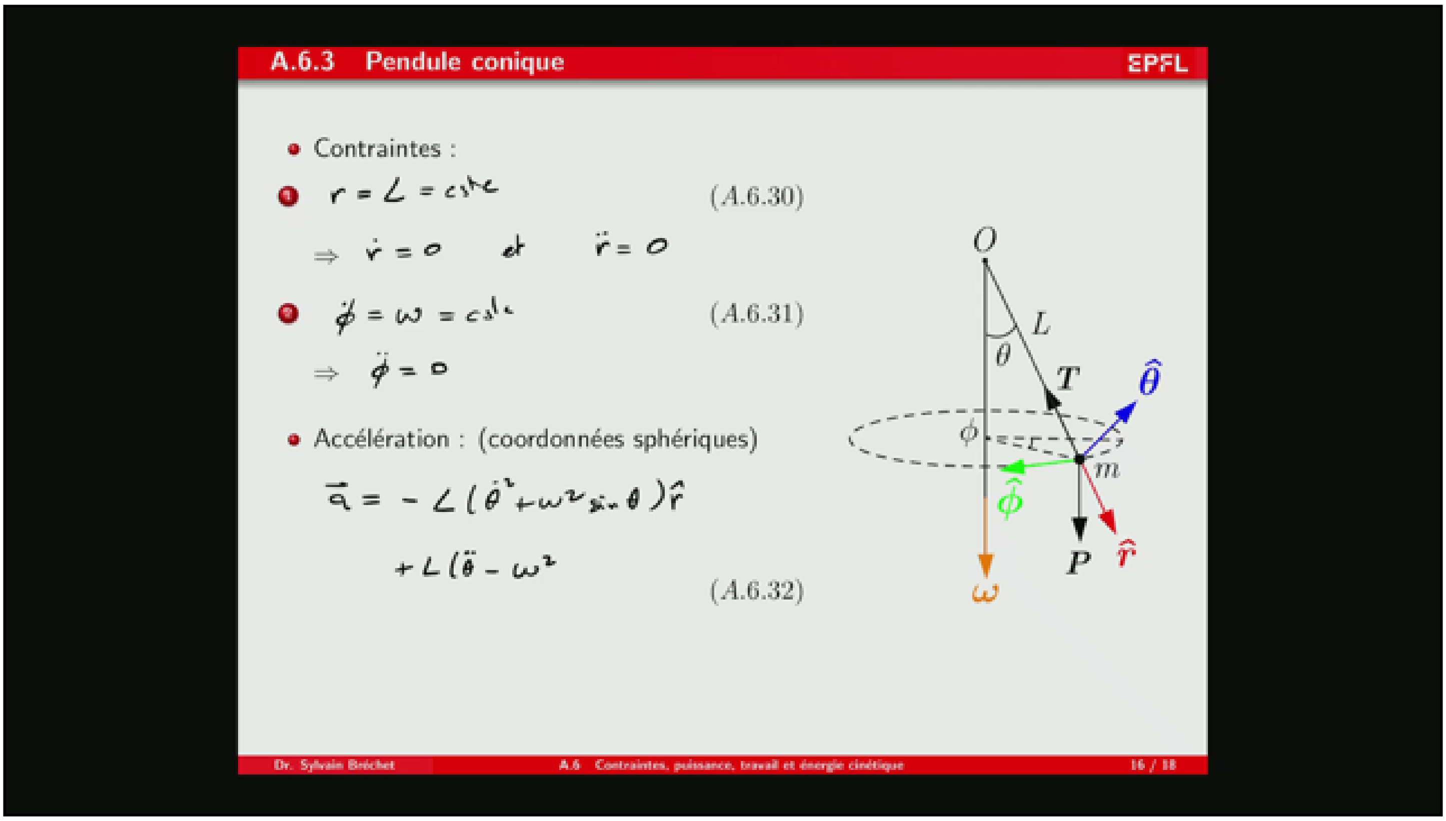


bon prenons notre pendule donc on a un fil de masse négligeable de longueur L au bout de ce fil on a un point matériel de masse M qu'on met en rotation dans le sens des aiguilles d'une montre en vue d'avion ce qui veut dire que si il fait tourner la paume de la main droite comme ceci, vous avez le pouce qui est orienté vers le bas, le vecteur vitesse angulaire omega est orienté comme ceci vers le bas on a un certain angle d'inclinaison appelons l'angle T, l'angle qui repère la position, projection dans le plan horizontal du point matériel c'est l'angle phi comme T est défini positif ici vers le haut le vecteur unitaire T est à chapeau est orthogonal, là c'est en perspective orienté vers le haut etre chapeau est de long du fil orienté vers l'extérieur avec la règle de la main droite vous voyez que phi chapeau doit être orienté le long du mouvement dans le sens trigonométrique d'accord il y a 2 forces qui interviennent le poids du pendule qui est orienté vers le bas ainsi que la tension le long du fil le poids du pendule cm fg qu'on va projeter tout d'abord selon la ligne de coordonnée radial, on a un angle theta ici qu'on va se retrouver avec le cosineus de theta foir chapeau alors maintenant si on projette sur le cathète opposé dans le sens opposé on aura moins le sinus de theta foir theta chapeau il n'y a pas de composantes selon phi, phi est horizontal le poids lui il est vertical quand ? pour la tension dans le fil c'est tout simplement moité foir r chapeau les contraintes géométriques sont les suivantes

notes

résumé

37m 49s

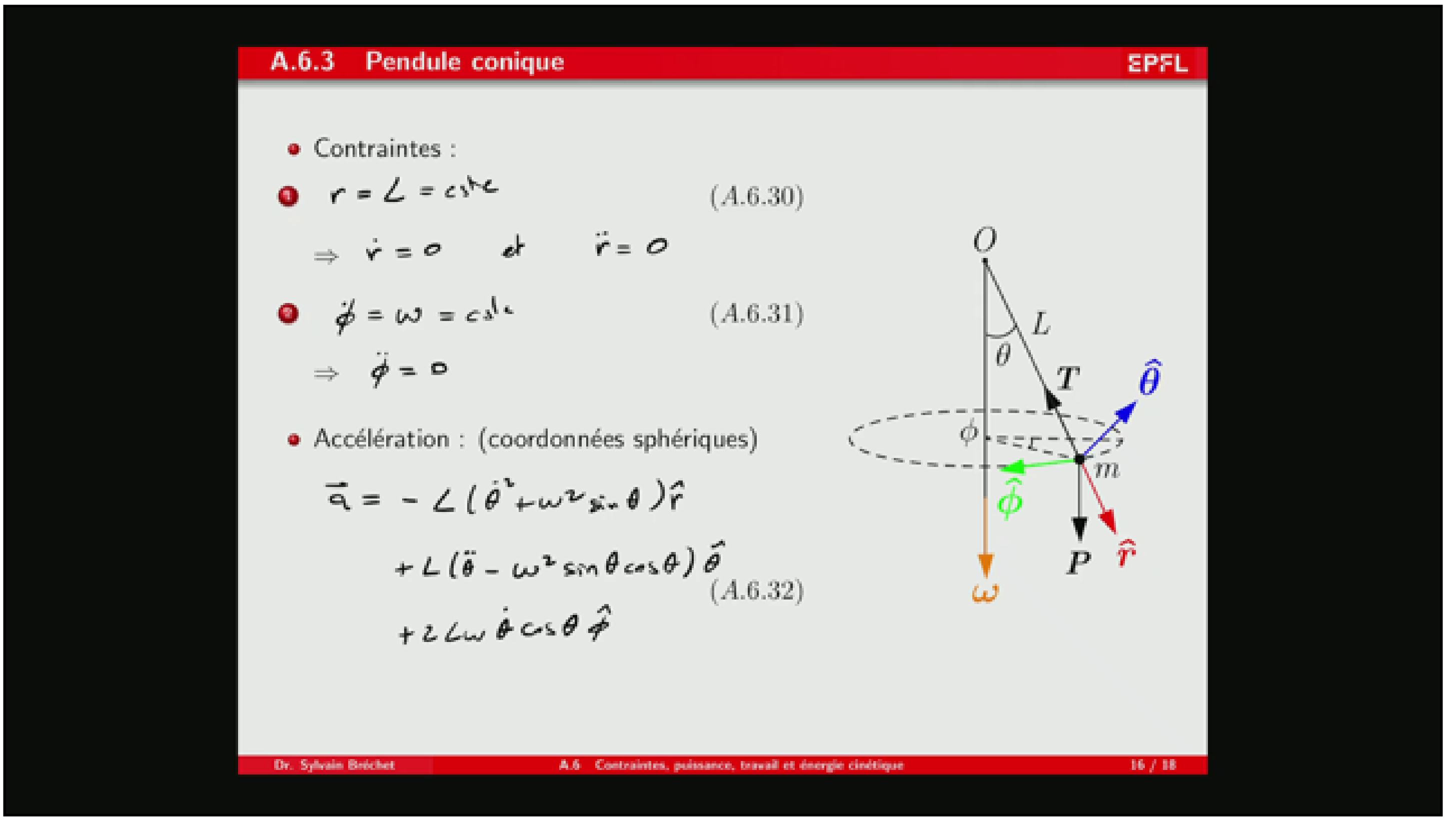


la coordonnée radial r c'est la longueur du fil qui est une constante donc il n'y a pas de vitesse radial il n'y a pas non plus d'accélération radial d'accord ? ensuite, phi point c'est la vitesse angulaire omega de rotation du moteur qui est une constante et donc phi point point est nul écrivons maintenant compte tenu de ces contraintes le vecteur accélération qui a en fait la même forme que le vecteur accélération qu'on a trouvé ce matin pour la bille dans l'anneau sauf qu'on remplace la coordonnée on remplace le rayon de l'anneau par la longueur du fil on aura un 2 termes d'accélération centripète un moins l theta point carré plus 1m carré sinus carré theta le toutefois r chapeau terme d'accélération centripète dans le plan vertical l'autre dans le plan horizontal projeté selon la ligne de coordonnée radial on a ensuite le terme d'accélération tangential dans le plan vertical le même terme qu'avant le terme

notes

résumé

39m 48s

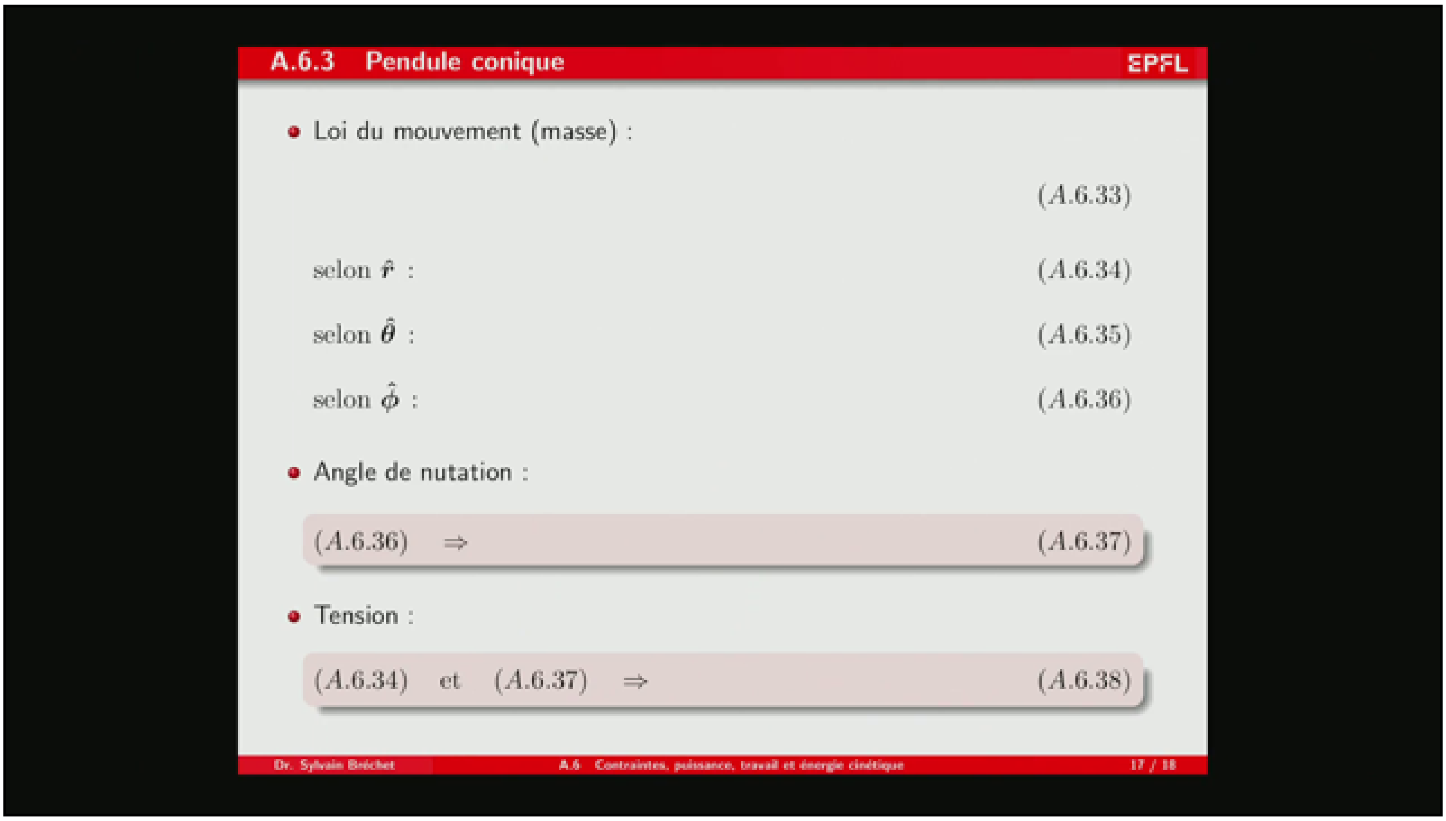


d'accélération centripète dans le plan horizontal projeté selon la ligne de coordonnée nodale et on termine avec un terme d'accélération de coriolis d'accord ? voilà

notes

résumé

41m 1s

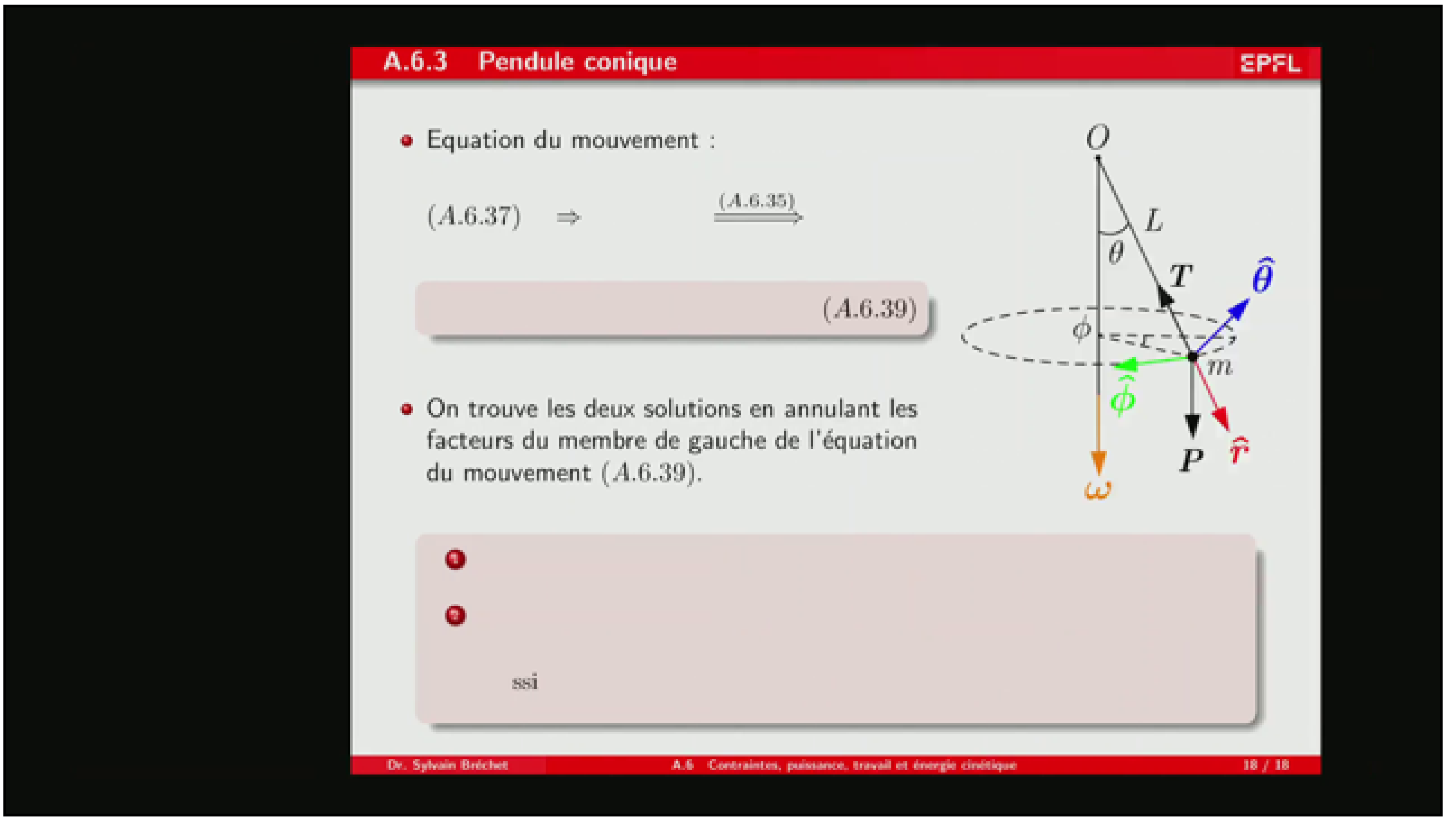


c'est un merci beaucoup parce que vous projetez une fois selon la ligne de coordonnée radial une autre fois c'est à montrer que vous avez bien compris c'est très bien alors maintenant

notes

résumé

41m 16s

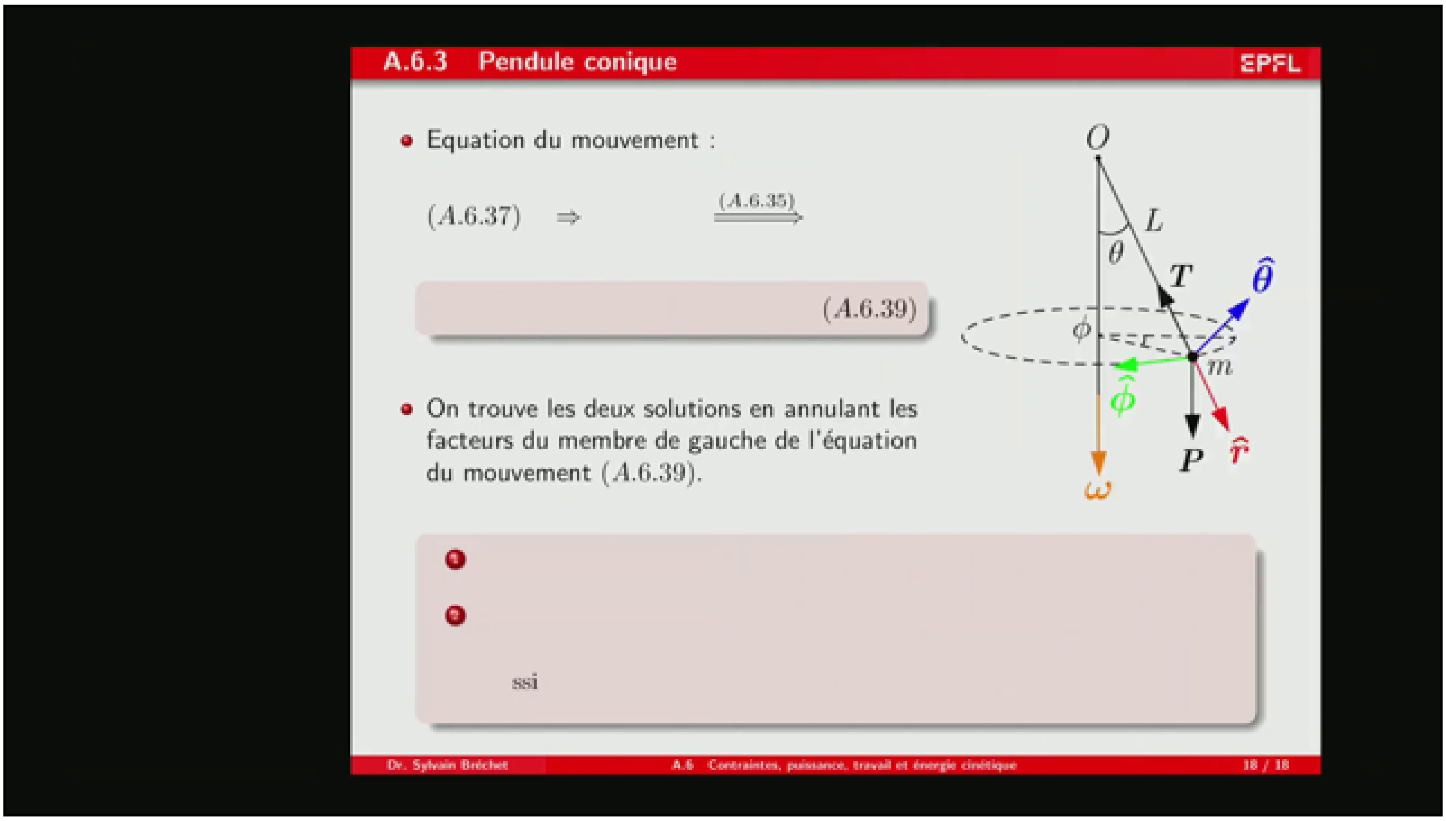


la loi du mouvement est toujours la chose la plus simple à écrire la somme des forces extérieures c'est la somme du poids et de la tension on va se renforcer à la place fois l'accélération d'accord ? bon alors on prend le poids on prend la tension on prend l'accélération qu'on substitue dans la loi du mouvement et on la prochète selon les lignes de coordonnée on va se retrouver avec mg, cosineus, theta pour le poids selon ligne de coordonnée radial mointer pour l'attention dans le membre de droite on a moins ml sinus, theta ça ressemble aux équations qu'on a vu ce matin la deuxième pour la ligne de coordonnée nodale pour le poids on aura moins mg sinus, theta il n'y a aucune contribution de l'attention dans le membre de droite cml, theta, point, point moins omega, carré sinus, theta cosineus, theta selon la troisième ligne de coordonnée comme les forces sont verticales que la ligne de coordonnée est horizontale il n'y a aucune contribution des forces dans le membre de droite il y a le produit d'amass pour l'accélération de coriolis c'est à dire 2M l omega theta, point, cosineus, theta on va commencer par l'équation la plus simple à traiter la dernière quand omega est non nul le cos de theta est non nul il y a une seule possibilité c'est que theta, point, soit nul ce qui veut dire que theta est constant donc on a un angle d'inclinaison constant par rapport à la verticale quand maintenant si on prend la première équation elle nous donne la norme de la tension qui est m qui multiplie g cosineus theta plus l omega c'est à dire c'est à dire theta plus l omega sinus car theta la tension vient donc compenser la composante radial du poids ainsi que la composante radial de la force centrifuge lié au mouvement de rotation du pendule autour de

notes

résumé

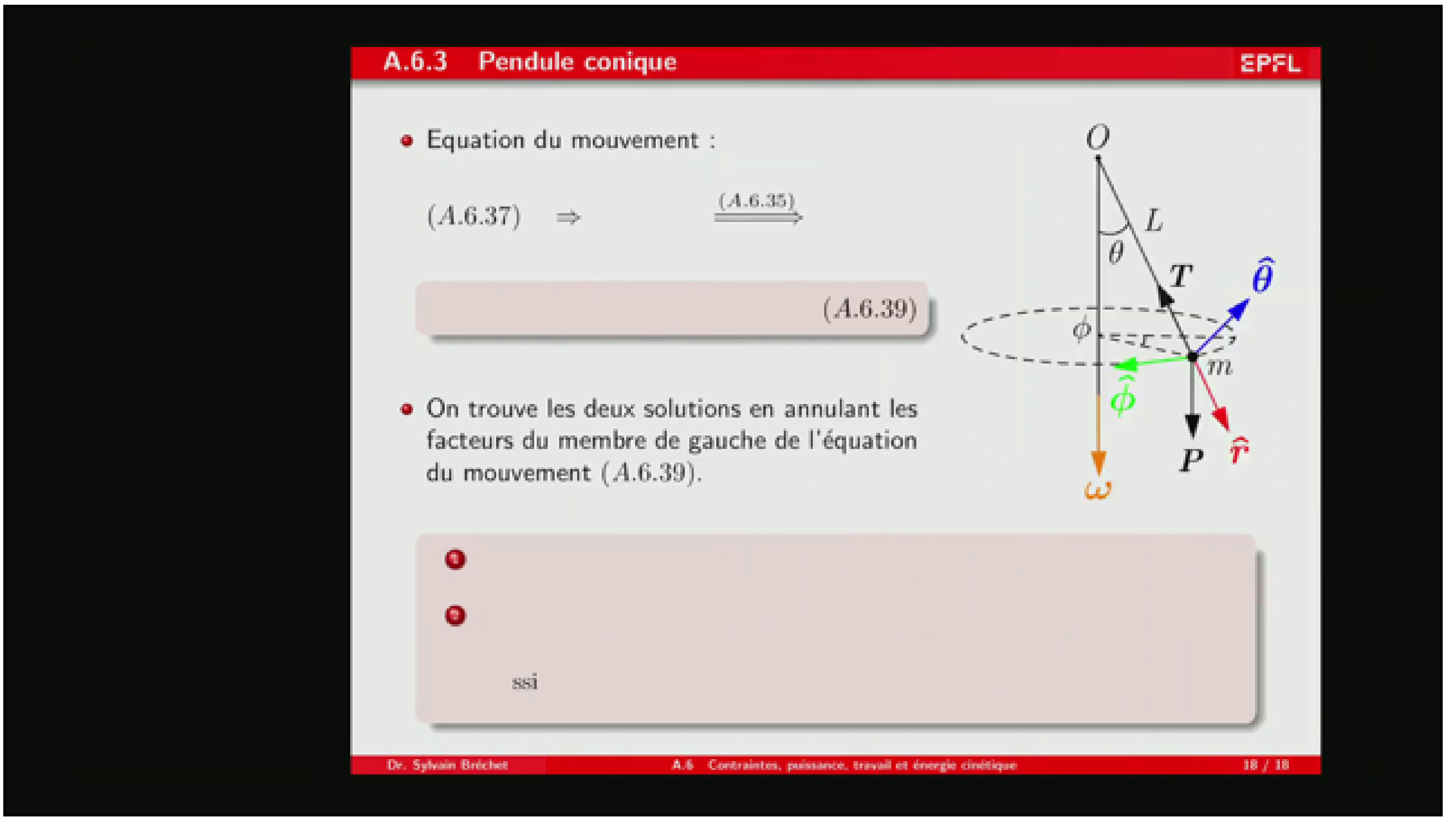
41m 34s



l'axe vertical l'équation intéressante c'est la deuxième mais attention comme theta point point est nul on a que le sinus de theta qui multiplie l omega car cosineus theta moins g est égal à 0 il y a donc 2 solutions possibles si le fil tourne lentement très lentement la position l'angle d'équilibre sera un angle de 0 degré le sinus de theta sera égal à 0 et donc theta est égal à 0 il y a une deuxième solution pour la quelle les termes entre parenthèses s'annulent et ceci est le cas si le cosineus de theta est égal à g sur l omega car c'est à dire si theta est égal à l'arc cosineus du rapport de g sur l omega car d'accord ? cette solution existe seulement si le cosineus est plus petit ou égal à 1 ce qui veut dire que sa membre la doit être inférieure ou égal à 1 faut que g sur l omega car soit plus petit ou égal à 1 ce qui implique que omega doit être plus grand ou égal à la racine de g sur l et donc on a une vitesse angulaire de rotation seuil limite au delà de laquelle le pendule s'incline avec un ongle d'inclinaison qui est directement lié à la vitesse angulaire on retombe sur le même comportement mathématique que celui de la bille dans l'anneau et c'est pas un hasard puisque la bille elle est ici pardon le pendule est ici si on garde une longueur constante on se retrouve dans la même situation que ce matin avec un anneau qui a un rayon constant et si on fait tourner le pendule à vitesse angulaire constante on se retrouve dans la même situation que ce matin avec le plan vertical de l'anneau qui tourne avec le moteur à vitesse angulaire constante on a donc les mêmes équations on a les mêmes solutions on a

notes

résumé



deux problèmes physiques différents qui se traduisent par des mathématiques identiques sur ce une excellente fin de journée n'oubliez pas de ramener aux assistants vendredi les problèmes à rendre pour qu'ils puissent les corriger pendant la semaine de relâche et je vous souhaite de bonnes vacances profitez de prendre une semaine pour faire autre chose que des mathématiques et de la physique je vais faire un truc pour l'engestôme

notes

résumé